

การคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าภายในตัวนำทรงกลมกลวงรัศมีภายใต้ศักย์ไฟฟ้าบนผิวตัวนำทรงกลมกลวง

Evaluation of the Electric Potential in Hollow Sphere of Conductor Radius Under Electric Potential on Surface Hollow Sphere of Conductor

อาทิตย์ หู้เต็ม*

ภาควิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ เพชรบูรณ์

Artit Hutem*

Department of Science Education, Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ต้องการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้า $V_P(r, \theta)$ และความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำ $\sigma_{ic1}(\theta)$ ในตัวนำทรงกลมกลวงมีรัศมี R ภายใต้ศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวตัวนำทรงกลมกลวงทั้ง 2 แบบ คือ ศักย์ไฟฟ้าแบบโคไซน์ และ ศักย์ไฟฟ้าแบบไซน์ ซึ่งงานวิจัยนี้ได้ใช้เทคนิคการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าตัวนำทรงกลมกลวงใช้สมการลาปลาซในระบบพิกัดทรงกลมและใช้เทคนิคการอินทิเกรตเพื่อคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมกลวง ซึ่งในกรณีที่ 1 ศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมกลวง $V_{P1}(r, \theta)$ จะแปรผันโดยตรงกับค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ α และแปรผันโดยตรงกับรัศมี R ในกรณีที่ 2 ศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมกลวง $V_{P2}(r, \theta)$ จะแปรผันโดยตรงกับค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ α แต่แปรผกผันกับรัศมี R ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำ $\sigma_{ic1}(\theta)$ และ $\sigma_{ic2}(\theta)$ แปรผันโดยตรงกับค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ α และมีการสลับแบบคงที่

คำสำคัญ : ตัวนำทรงกลมกลวง, ศักย์ไฟฟ้า, ความหนาแน่นประจุไฟฟ้า, สมการลาปลาซ

* Corresponding author : artithutem@pcru.ac.th

Abstract

This research shows the calculated electric potential $V_P(r, \theta)$ and inductive charge density $\sigma_{ic1}(\theta)$ inside the hollow spherical conductor the radius R under the electric potential, cosine and sine form, on the surfaces of hollow spherical conductor 2 types. In this research, a technique we calculated the electric potential of a hollow spherical conductor was the Laplace equation in spherical coordinate system. In case 1, the electric potential $V_{P1}(r, \theta)$ of a hollow spherical conductor is varies directly proportional to the constant coefficient parameter of α . In case 2, the electric potential $V_{P2}(r, \theta)$ of a hollow spherical conductor is directly proportional to the constant coefficient parameter of α but inversely proportional to the constant coefficient parameter of the radius R . The induced charge density $\sigma_{ic1}(\theta)$ and $\sigma_{ic2}(\theta)$ of a hollow spherical conductor is directly proportional to the constant coefficient parameter of α and vibrate.

Keywords : Hollow sphere of conductor, Electric potential, Induced charge density, Laplace equation

ที่มาและความสำคัญ

ในรายวิชาฟิสิกส์ 2, รายวิชาแม่เหล็กไฟฟ้า มีหัวข้อที่ต้องดำเนินการสอนให้กับนักศึกษาชั้นปีที่ 1 และ ชั้นปีที่ 2 ตามลำดับ คือ หัวข้อเทคนิคการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าโดยใช้สมการลาปลาซ [1] ซึ่งในการคำนวณหาสนามไฟฟ้าของตัวนำ เราจะใช้กฎของคูลอมบ์ในรูปแบบการอินทิเกรต หรือรูปแบบอนุพันธ์ ในบางกรณีการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าของตัวนำอาจมีความซับซ้อน เช่นในกรณีที่ตัวนำไม่มีความสมมาตร เราไม่สามารถใช้กฎของเกาส์ได้ในการคำนวณหาสนามไฟฟ้า แต่มีอีกวิธีหนึ่งคือ การคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าของตัวนำก่อน แล้วนำค่าของศักย์ไฟฟ้านี้ไปคำนวณหาสนามไฟฟ้าของตัวนำต่อไป โดยใช้สมการ $E = -\nabla V$ ส่วนการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าของตัวนำนั้นสามารถใช้วิธีการอินทิเกรตตามเส้น, อินทิเกรตบนพื้นผิวของตัวนำ, อินทิเกรตเชิงปริมาตร เป็นต้น ในบางครั้งอาจมีการอินทิเกรตที่ซับซ้อนเช่นกันในกรณีที่เราไม่ทราบความหนาแน่นประจุ ρ ดังนั้นได้มีนักวิทยาศาสตร์คิดค้นวิธีการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าโดยใช้สมการลาปลาซ $\nabla^2 V = 0$ ซึ่งสมการลาปลาซมีทั้ง 1 มิติ, 2 มิติ, และ 3 มิติ [2] แต่ในงานวิจัยชิ้นนี้เราพิจารณาตัวนำทรงกลมกลวงรัศมี R โดยที่บนพื้นผิวของตัวนำทรงกลมกลวงมีศักย์ไฟฟ้า $V_{OP}(\theta)$ เป็นฟังก์ชันโคไซน์, และฟังก์ชันไซน์ ขึ้นอยู่กับมุม θ ในการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้า ซึ่งมีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าโดยใช้กฎเกาส์ [4], [5], [6], [7] ซึ่งตัวนำทรงกลมนั้นต้องมีการคำนวณหาประจุไฟฟ้าจากความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรมีลักษณะเป็นฟังก์ชันไซน์ที่ขึ้นอยู่กัรัศมีของตัวนำ โดยการกำหนดความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรมีลักษณะเป็นฟังก์ชันไซน์ 4 แบบแล้วก็คำนวณหาประจุไฟฟ้า, สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้า แต่ในงานวิจัยนี้เราสามารถคำนวณหาความหนาแน่นประจุไฟฟ้าในตัวนำทรงกลมกลวงนี้เราใช้พิกัดทรงกลม ดังนั้นสมการลาปลาซจึงเป็นพิกัดทรงกลมซึ่งแสดงวิธีการคำนวณในหัวข้อวิธีการดำเนินการวิจัย

วิธีการดำเนินการวิจัย

งานวิจัยชิ้นนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมกลวงอันนี้ซึ่งมีรัศมี R โดยเรากำหนดศักย์ไฟฟ้าบนผิวของตัวนำทรงกลมกลวงเป็น $V_{OP}(\theta)$ พิจารณาสมการลาปลาซในพิกัดทรงกลม

$$\nabla^2 V = 0$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V_P}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin(\theta) \frac{\partial V_P}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 V_P}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (1)$$

ในที่นี้เราพิจารณาเฉพาะกรณีที่ V_P ไม่ขึ้นกับมุม φ ศักย์ไฟฟ้าบนผิวทรงกลมกลวงตรงบริเวณส่วนโค้งผิวทรงกลมมีค่าเท่ากัน ถ้าเรากำหนดให้ r, θ ทุกบริเวณมีขนาดเท่ากันจะส่งผลให้ V_P จะเท่ากันทุกพื้นผิวทรงกลมกลวงจะเรียกกรณีนี้ว่า ความสมมาตรมุมอาซิมุทา (azimuthal symmetry)

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V_P}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin(\theta) \frac{\partial V_P}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (2)$$

เราจะเทคนิคการแยกตัวแปรในการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย เรากำหนดให้ $V_P(r, \theta) = f(r)g(\theta)$ [3] แทนลงในสมการที่ (2) จะได้

$$\frac{1}{f(r)} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{df(r)}{dr} \right) + \frac{1}{g(\theta) \sin(\theta)} \frac{d}{d\theta} \left(\sin(\theta) \frac{dg(\theta)}{d\theta} \right) = 0 \quad (3)$$

สมการที่ (3) จะเป็นจริงได้ก็ต่อเมื่อแต่ละพจน์เท่ากับค่าคงที่ ดังนี้

$$\frac{1}{f(r)} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{df(r)}{dr} \right) = \ell(\ell + 1) \quad (4)$$

$$\frac{1}{g(\theta) \sin(\theta)} \frac{d}{d\theta} \left(\sin(\theta) \frac{dg(\theta)}{d\theta} \right) = -\ell(\ell + 1) \quad (5)$$

จากทางขวามือของสมการที่ (4) และ (5) เรากำหนดให้เป็นค่าคงที่ของ $\ell(\ell + 1)$ และ $-\ell(\ell + 1)$ ตามลำดับ เพื่อความสะดวกของลำดับดีกรีของพหุนามเลอจองดร์ และภาวะเชิงตั้งฉากของพหุนามเลอจองดร์ด้วย จากสมการที่ (4) เรียกว่า สมการรัศมี (Radial equation) เราใช้เทคนิคการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ด้วยอนุกรมกำลังเรากำหนดผลเฉลยเป็นอนุกรมกำลังดังนี้

$$f(r) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n r^{n+s}, f'(r) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (n+s) r^{n+s-1}, f''(r) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (n+s)(n+s-1) r^{n+s-2} \quad (6)$$

นำสมการที่ (6) แทนลงในสมการที่ (4) จะได้

$$\sum_{n=0}^{\infty} ((n+s)(n+s-1)a_n + 2(n+s)a_n - \ell(\ell+1)a_n)r^{n+s} = 0$$

ดังนั้น $s_1 = \ell$ และ $s_n = -(\ell+1)$ เรานำสมการนี้ไปแทนลงใน $f(r) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n r^{n+s}$ จะได้ผลเฉลยเป็นดังนี้

$$f(r) = a_\ell r^\ell + \frac{b_\ell}{r^{\ell+1}} \quad (7)$$

ต่อมาเราจะเรียกสมการที่ (5) ว่าสมการเชิงมุม (Angular equation) เราทำการจัดรูปสมการจะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \sin(\theta) \frac{d^2 g(\theta)}{d\theta^2} + \cos(\theta) \frac{dg(\theta)}{d\theta} + \ell(\ell+1)g(\theta) \sin(\theta) &= 0 \\ \frac{d^2 g(\theta)}{d\theta^2} + \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)} \frac{dg(\theta)}{d\theta} + \ell(\ell+1)g(\theta) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

เรากำหนด $y = \cos(\theta)$ จะได้ $\frac{dg(\theta)}{d\theta} = \frac{dg(\theta)}{dy} \frac{dy}{d\theta} = -\sin(\theta) \frac{dg(\theta)}{dy}$ แทนลงในสมการที่ (8) จะได้

$$(1-y^2) \frac{d^2 g(\theta)}{dy^2} - 2y \frac{dg(\theta)}{dy} + \ell(\ell+1)g(\theta) = 0 \quad (9)$$

จากสมการที่ (9) เราจะเรียกว่าสมการเลอจองด์ร์ (Legendre equation) จะได้ผลเฉลยดังนี้

$$g(\theta) = P_\ell(\cos(\theta)) \quad (10)$$

ดังนั้นศักย์ไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ

$$V_P(r, \theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(a_\ell r^\ell + \frac{b_\ell}{r^{\ell+1}} \right) P_\ell(\cos(\theta)) \quad (11)$$

สมการที่ (11) เป็นศักย์ไฟฟ้าในกรณี r มีค่ามากแต่ในทรงกลมกลวง $r \rightarrow 0$ จะทำให้ $(b_\ell)/r^{\ell+1} \rightarrow \infty$ ซึ่งจะทำให้แทนในระบบจริงไม่ได้ ดังนั้นเราจึงเลือก $b_\ell = 0$ สำหรับค่า ℓ ทั้งหมด ดังนั้นศักย์ไฟฟ้าของสมการที่ (11) ไม่ขึ้นอยู่ด้วย j (ความหนาแน่นของกระแส) ไม่เช่นนั้นแล้วศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมกลวงจะมีค่าสูงขึ้นมา ณ จุดกำเนิด

$$V_P(r, \theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (a_\ell r^\ell) P_\ell(\cos(\theta)) \quad (12)$$

ณ บริเวณผิวทรงกลมกลวง $r = R$ จะได้ศักย์ไฟฟ้าที่พื้นผิวทรงกลม

$$V_P(R, \theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (a_{\ell} R^{\ell}) P_{\ell}(\cos(\theta)) = V_{0P}(\theta) \quad (13)$$

ต่อไปคำนวณหาค่า a_{ℓ} จากฟูรีเยร์โดยการคูณ $P_{\ell}(\cos(\theta)) \sin(\theta)$ เพราะพหุนามเลอจองด์ก็เป็นฟังก์ชันเชิงตั้งฉากทั้งสองข้างพร้อมทำการอินทิเกรตสมการที่ (13) จะได้

$$\sum_{\ell=0}^{\infty} (a_{\ell} R^{\ell}) \int_0^{\pi} P_{\ell}(\cos(\theta)) P_{\ell'}(\cos(\theta)) \sin(\theta) d\theta = \int_0^{\pi} V_{0P}(\theta) P_{\ell}(\cos(\theta)) \sin(\theta) d\theta$$

เราใช้คุณสมบัติของพหุนามเลอจองด์การตั้งฉาก

$$\int_{-1}^1 P_{\ell}(y) P_m(y) dy = \int_0^{\pi} P_{\ell}(\cos(\theta)) P_{\ell'}(\cos(\theta)) \sin(\theta) d\theta = \begin{cases} 0 & ; \ell \neq \ell' \\ \frac{2}{2\ell+1} & ; \ell = \ell' \end{cases} \quad (13A)$$

$$\sum_{\ell=0}^{\infty} a_{\ell} R^{\ell} \frac{2}{2\ell+1} \delta_{\ell, \ell'} = \int_0^{\pi} V_{0P}(\theta) P_{\ell'}(\cos(\theta)) \sin(\theta) d\theta \quad \text{ถ้า } \ell = \ell'$$

$$a_{\ell} = \left(\frac{2\ell+1}{2R^{\ell}} \right) \int_0^{\pi} V_{0P}(\theta) P_{\ell}(\cos(\theta)) \sin(\theta) d\theta \quad (14)$$

การอินทิเกรตของสมการที่ (14) ค่อนข้างยุ่งยาก แต่เราสมมติศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวทรงกลมกลวงนี้ คือ

$$V_{0P1}(\theta) = \frac{\alpha}{2} \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right), \quad V_{0P2}(\theta) = \frac{\alpha}{2} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (15)$$

เหตุผลที่งานวิจัยชิ้นนี้กำหนดศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวทรงกลมกลวง $V_{0P1}(\theta)$ และ $V_{0P2}(\theta)$ ตามสมการที่ (15) เพราะศักย์ไฟฟ้าดังกล่าวมีลักษณะความสมมาตรของมุม และอนุภาคที่เคลื่อนที่บนผิวตัวนำมีการสั่นแบบสมมาตรตลอดแนวของรัศมีมีการสั่นแบบฝั่งที่มีขนาดเป็นบวกเท่านั้น แต่ศักย์ไฟฟ้าของ $V_{0P1}(\theta)$ จะทำให้อนุภาคมีการสั่นที่เพิ่มขึ้นเล็กน้อยเพราะมีลักษณะผลบวก แต่สำหรับศักย์ไฟฟ้าของ $V_{0P2}(\theta)$ จะทำให้อนุภาคมีการสั่นที่ลดลงเล็กน้อยเพราะมีลักษณะผลต่างจากเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ

$$\cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) = \frac{1 + \cos(\theta)}{2} \quad \text{และ} \quad \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) = \frac{1 - \cos(\theta)}{2}$$

$$V_{0P1}(\theta) = \frac{\alpha}{2} \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) + \frac{\alpha}{4} (1 + \cos(\theta)) \quad (16)$$

$$V_{0P2}(\theta) = \frac{\alpha}{2} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) + \frac{\alpha}{4} (1 - \cos(\theta)) \quad (17)$$

แทนสมการที่ (16) ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$a_\ell = \left(\frac{2\ell + 1}{2R^\ell} \right) \int_0^\pi \frac{\alpha}{4} (1 + \cos(\theta)) P_\ell(\cos(\theta)) \sin(\theta) d\theta$$

$$a_\ell = \left(\frac{a(2\ell + 1)}{8R^\ell} \right) \left[\int_0^\pi P_0(\cos(\theta)) P_\ell(\cos(\theta)) \sin(\theta) d\theta + \int_0^\pi P_1(\cos(\theta)) P_\ell(\cos(\theta)) \sin(\theta) d\theta \right] \quad (18)$$

จากสมการที่ (18) เรากำหนด $\ell = 0, \ell = 1$ แทนลงในสมการที่ (18) แล้วใช้คุณสมบัติของพหุนามเลอจองด์ การตั้งฉาก จะได้ a_ℓ ตามลำดับ ดังนี้

$$a_0 = \frac{\alpha}{4} \text{ และ } a_1 = \frac{\alpha}{4R} \quad (19)$$

จากสมการที่ (12) เรากระจาย $\ell = 0, \ell = 1$ ดังนี้

$$V_P(r, \theta) = a_0 r^0 P_0(\cos(\theta)) + a_1 r P_1(\cos(\theta)) = a_0 + a_1 r \cos(\theta) \quad (20)$$

นำสมการที่ (19) แทนลงในสมการที่ (20) จะได้

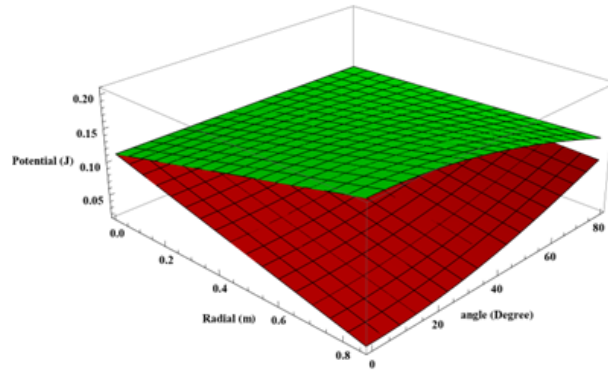
$$V_{P1}(r, \theta) = \frac{\alpha}{4} + \frac{\alpha}{4R} r \cos(\theta) \quad (21)$$

ทำนองเดียวกันเราจะได้ $V_{P2}(\theta)$ คือ

$$V_{P2}(r, \theta) = \frac{\alpha}{4} - \frac{\alpha}{4R} r \cos(\theta) \quad (22)$$

ต่อมาเราคำนวณหาความหนาแน่นของประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำตามนิยาม

$$\sigma_{ic1}(\theta) = -\epsilon_0 \left. \frac{\partial V_{P1}}{\partial r} \right|_{r=R} = -\epsilon_0 \frac{\alpha}{4R} \cos(\theta) \quad (23)$$



ภาพที่ 1: แสดงความสัมพันธ์ระหว่างศักย์ไฟฟ้า $V_P(r, \theta)$ กับรัศมี R และมุม θ แบบสามมิติ และเส้นกราฟสีเขียวแสดง ศักย์ไฟฟ้าจากฟังก์ชันโคไซน์ เส้นกราฟสีแดงแสดงศักย์ไฟฟ้าจากฟังก์ชันไซน์

$$\sigma_{ic2}(\theta) = -\epsilon_0 \left. \frac{\partial V_{P2}}{\partial r} \right|_{r=R} = \epsilon_0 \frac{\alpha}{4R} \cos(\theta) \quad (24)$$

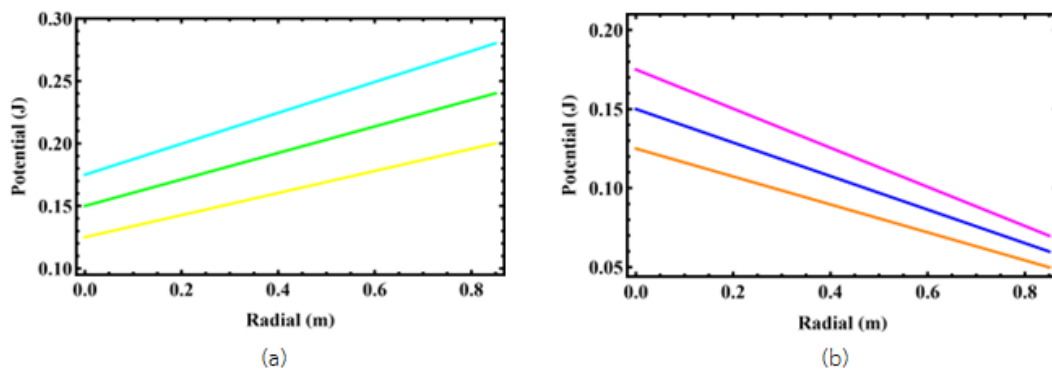
จากสมการที่ (21) และ (22) เป็นศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมกลวงสามารถแสดงลักษณะของศักย์ไฟฟ้าได้ในหัวข้อผลการวิจัย ส่วนความหนาแน่นของประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำในสมการที่ (23) และสมการที่ (24) จะมีลักษณะการสั่นจะแสดงให้เห็นในหัวข้อผลการวิจัย ต่อไป

ผลการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัย

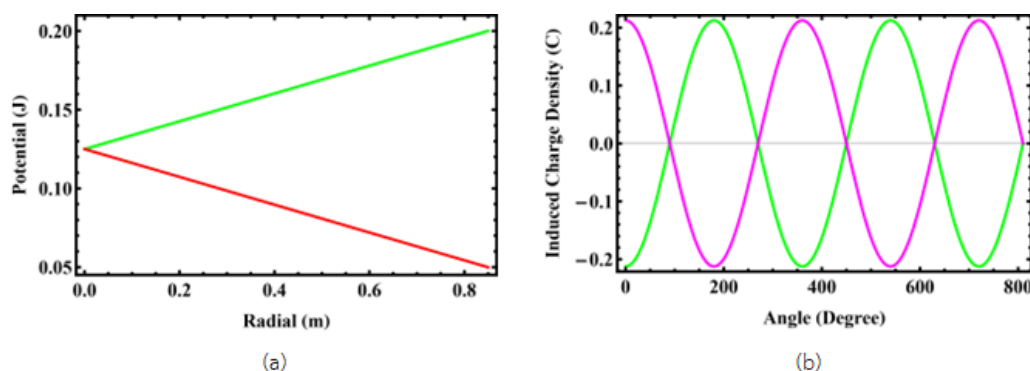
ผลการวิจัยและอภิปรายการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมกลวงที่มีรัศมี R ทั้งสองแบบสามารถแสดงกราฟได้เป็นแบบสามมิติ ดังภาพที่ 1 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบศักย์ไฟฟ้าภายใต้ศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวของตัวนำทรงกลมกลวงแบบที่ 1 $V_{P1}(r, \theta)$ คือแบบโคไซน์และแบบที่ 2 $V_{P2}(r, \theta)$ คือแบบไซน์ ตามสมการที่ (21) และสมการที่ (22)

จากภาพที่ 1 ถ้ารัศมี R ค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ศักย์ไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นด้วยสำหรับแบบโคไซน์ ส่วนแบบไซน์ มีค่าลดลงแสดงว่าศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมกลวงถ้าเรากำหนดศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวทรงกลมกลวงเป็นแบบโคไซน์ยกกำลังสองจะทำให้ศักย์ไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นต่อมาถ้าค่าของมุม θ เพิ่มขึ้นจะทำให้ศักย์ไฟฟ้าในตัวนำทรงกลมกลวงมีค่าลดลงในกรณีแบบโคไซน์ แต่ในกรณีแบบไซน์ มีค่าศักย์ไฟฟ้าเพิ่มขึ้น

จากภาพที่ 2 (a) เส้นกราฟศักย์ไฟฟ้าสีเหลืองเป็นค่าของพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ $\alpha = 0.5$ ต่อมาเส้นกราฟศักย์ไฟฟ้าสีเขียวนั้นเป็นค่าของพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ $\alpha = 0.6$ และเส้นกราฟศักย์ไฟฟ้าสีน้ำเงินเป็นค่าของพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ $\alpha = 0.7$ ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ค่าคงที่ α เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าศักย์ไฟฟ้า $V_P(r, \theta)$ มีค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้นสรุปได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์ค่าคงที่ α แปรผันโดยตรงกับค่าศักย์ไฟฟ้า $V_P(r, \theta)$ จากภาพที่ 2 (b) เส้นกราฟศักย์ไฟฟ้าสีน้ำตาลเป็นค่าของพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ $\alpha = 0.5$ ต่อมาเส้นกราฟศักย์ไฟฟ้าสีน้ำเงินเป็นค่าของพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ $\alpha = 0.6$ และเส้นกราฟศักย์ไฟฟ้าสีชมพูเป็นค่าของพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ $\alpha = 0.7$ ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ค่าคงที่ α เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าศักย์ไฟฟ้า $V_P(r, \theta)$ มีค่าเพิ่มขึ้นเช่นกัน แต่ถ้ารัศมี



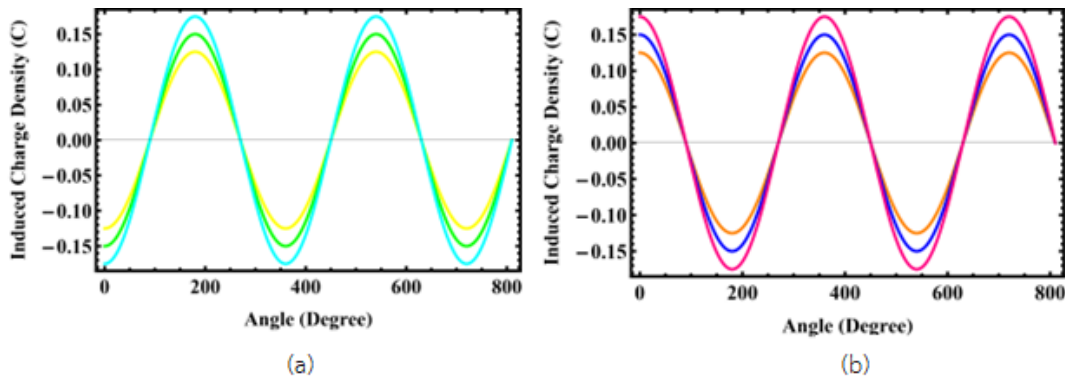
ภาพที่ 2: (a) กราฟแสดงศักย์ไฟฟ้า และรัศมีภายใต้ศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวตัวนำทรงกลมกลวง แบบโคไซน์ $V_{P1}(r, \theta)$ และ (b) กราฟแสดงศักย์ไฟฟ้า และรัศมีภายใต้ศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวตัวนำทรงกลมกลวง แบบไซน์ $V_{P2}(r, \theta)$



ภาพที่ 3: (a) กราฟแสดงศักย์ไฟฟ้า และรัศมีภายใต้เส้นกราฟสี่เหลี่ยมเป็นศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวตัวนำทรงกลมกลวง แบบโคไซน์ $V_{0P1}(\theta)$ เปรียบเทียบกับเส้นกราฟสีแดงเป็นศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวตัวนำทรงกลมกลวง แบบไซน์ $V_{0P2}(\theta)$ และ (b) กราฟแสดงความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำกับมุม ภายใต้ศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวตัวนำทรงกลมกลวง แบบโคไซน์ $V_{0P1}(\theta)$ เปรียบเทียบกับแบบไซน์ $V_{0P1}(\theta)$

ค่าเพิ่มขึ้นค่าของศักย์ไฟฟ้ามีค่าลดลง ดังนั้นค่าศักย์ไฟฟ้า $V_P(r, \theta)$ แปรผกผันกับค่ารัศมี R ต่อเป็นการเปรียบเทียบ ศักย์ไฟฟ้าที่ภายใต้ตัวนำทรงกลมกลวงที่ขึ้นอยู่กับศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวของตัวนำทั้งสองแบบคือ แบบโคไซน์ $V_{0P1}(\theta)$ และแบบไซน์ $V_{0P2}(\theta)$ ดังภาพที่ 3 (a) และการเปรียบเทียบความหนาแน่นประจุไฟฟ้าทั้งสองแบบดังภาพที่ 3 (b)

จากภาพที่ 3 (a) เป็นการเปรียบเทียบค่าของศักย์ไฟฟ้า $V_P(r, \theta)$ ทั้งสองแบบโดยกราฟเส้นสี่เหลี่ยมเป็นกราฟ ศักย์ไฟฟ้าแบบโคไซน์ $V_{0P1}(\theta)$ โดยงานวิจัยนี้ได้กำหนดค่าของมุม θ เป็นค่าคงที่เท่ากับ 45 องศาโดยกราฟนี้แสดง ความสัมพันธ์ระหว่างศักย์ไฟฟ้ากับ รัศมี R ถ้ารัศมีเพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ศักย์ไฟฟ้า $V_{P1}(r, \theta)$ มีค่าเพิ่มขึ้นเป็นการ แปรผันโดยตรงซึ่งจะตรงกันข้ามกับกราฟเส้นสีแดงเป็นกราฟศักย์ไฟฟ้าแบบไซน์ $V_{0P2}(\theta)$ กราฟนี้แสดงความสัมพันธ์ ระหว่างศักย์ไฟฟ้ากับ รัศมี R ถ้ารัศมีเพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ศักย์ไฟฟ้า $V_{P1}(r, \theta)$ มีค่าลดลงเป็นการแปรผกผันซึ่งกัน และกัน ต่อมาจากภาพที่ 3 (b) เป็นการเปรียบเทียบของความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำทั้งสองแบบ โดยที่เส้น กราฟสี่เหลี่ยมคือความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำแบบโคไซน์ ภายใต้ศักย์ไฟฟ้า $V_{P1}(r, \theta)$ มีลักษณะเป็นการสั่นของ ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ถ้าค่าของมุม θ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้ามีการสั่นแบบแอมพลิจูด



ภาพที่ 4: (a) กราฟแสดงความหนาแน่นประจุไฟฟ้ากับมุม ภายใต้ศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวตัวนำทรงกลมกลวง แบบโคไซน์ $V_{0P1}(r, \theta)$ และ (b) กราฟแสดงความหนาแน่นประจุไฟฟ้ากับมุม ภายใต้ศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวตัวนำทรงกลมกลวง แบบไซน์ $V_{0P2}(\theta)$

จุดมีค่าคงที่ตลอดช่วงของมุมตั้งแต่ 0 องศา ถึง 800 องศาซึ่งเฟสเริ่มต้นอยู่ ณ มีค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำเท่ากับ -0.2 คูลอมบ์ แต่เส้นกราฟสีชมพูเป็นกราฟแสดงความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำแบบไซน์ ภายใต้ศักย์ไฟฟ้า $V_{P2}(r, \theta)$ มีลักษณะเป็นการสั่นของความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ถ้าค่าของมุม θ เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้ามีการสั่นแบบแอมพลิจูดมีค่าคงที่ตลอดช่วงของมุมตั้งแต่ 0 องศา ถึง 800 องศาซึ่งเฟสเริ่มต้นอยู่ ณ มีค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำเท่ากับ 0.2 คูลอมบ์

จากภาพที่ 4 (a) เส้นกราฟสีเหลืองคือกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำ $\sigma_{ic1}(\theta)$ กับมุม θ เมื่อค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ $\alpha = 0.5$ ต่อมาเส้นกราฟสีเขียวคือกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำ $\sigma_{ic1}(\theta)$ กับมุม θ เมื่อค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ $\alpha = 0.6$ ต่อมาเส้นกราฟสีฟ้าน้ำทะเลคือกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำ $\sigma_{ic1}(\theta)$ กับมุม θ เมื่อค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ $\alpha = 0.7$ ถ้าค่าของพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ α มีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าของแอมพลิจูดของค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย จากภาพที่ 4 (b) มีลักษณะของกราฟคล้ายกัน แสดงว่าค่าคงที่ α แปรผันโดยตรงกับค่าของความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำ $\sigma_{ic2}(\theta)$

สรุปผลการวิจัย

สรุปผลการวิจัยของการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมกลวงภายใต้ศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวทรงกลมทั้งสองแบบ $V_{0P1}(\theta)$ และ $V_{0P2}(\theta)$ ในกรณีที่ 1 ศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมกลวง $V_{P1}(r, \theta)$ จะแปรผันโดยตรงกับค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ α และแปรผันโดยตรงกับรัศมี R ต่อมาในกรณีที่ 2 ศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมกลวง $V_{P2}(r, \theta)$ จะแปรผันโดยตรงกับค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ α แต่แปรผกผันกับรัศมี R ต่อมาการคำนวณหาค่าของความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำในแบบโคไซน์ ขึ้นอยู่กับศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวทรงกลม $V_{0P1}(\theta)$ ซึ่งค่าของความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำ $\sigma_{ic1}(\theta)$ แปรผันโดยตรงกับค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ α การคำนวณหาค่าของความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำในแบบไซน์ ขึ้นอยู่กับศักย์ไฟฟ้าบนพื้นผิวทรงกลม $V_{0P2}(\theta)$ ซึ่งค่าของความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเหนี่ยวนำ $\sigma_{ic2}(\theta)$ แปรผันโดยตรงกับค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ α

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ ที่ให้การสนับสนุนด้านสถานที่และเวลาในการทำงานวิจัย จนกระทั่งงานสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

- [1] Lorrain P. and Corson D.R., (1972), Electromagnetic fields and wave (2rd ed.), San Francisco, W.H. Freeman and company, pp. 40-61
- [2] David J. Griffiths,(1999), Introduction to electrodynamics, (3th ed.). New Jersey, Prentice-Hall International, Inc. pp. 58-70
- [3] Riley, K.F., and Hobson, M.P. (2006). Mathematical Methods for Physics and Engineering. (3th ed.). New York: Cambridge University Press.
- [4] Generazio E.R., (2017), Electric Potential and Electric Field Imaging, AIP Conference Proceeding 1806, 020025,
- [5] Nutnicha Masoongnoen, Piyaarat Moonsri, Treenuch Ellis, Sanit Suwanwong and Artit Hutem, (2021), Calculation of Electric Field from Continuous Charge Distribution on Linear Charge Density of Sine Function for Damped-Oscillatory Motion, Journal of Earth Science, Astronomy and Space Vol. 4 No. 1
- [6] Piyaarat Moonsri, Jetsadaporn Pakamwang, and Artit Hutem, (2022), CALCULATION OF ELECTRIC CHARGE, ELECTRIC FIELD, AND ELECTRIC POTENTIAL OF SPHERICAL CONDUCTORS CONTAINING VOLUME CHARGE DENSITY OF THE SINE FUNCTION, VRUResearch and Development Journal Science and Technology, Vol. 17. No. 3. pp. 61-74
- [7] Artit Hutem and Nutnicha Masoongnoen, (2022), The studying the behavior of the electric charge, electric field, and electric potential of the virtual-conductor under the volume charge density, Journal of Earth Science, Astronomy and Space, Vol. 5 No. 1. pp. 66-77