



รายงานสืบเนื่องจากการประชุม



การประชุมวิชาการระดับชาติ ครุศาสตร์ศึกษ ครั้งที่ 5 นวัตกรรมราชภัฏเพื่อการพัฒนาท้องถิ่น

เครือข่ายความร่วมมือระหว่างคณะครุศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏกลุ่มภาคเหนือ

มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย

28 กุมภาพันธ์ 2566

การพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

The Development of Mathematical Reasoning Ability on Congruence
Using the Organizing of Learning Activity with Inquiry Process and Proof Mapping
Instructional Technique for Mathayomsuksa 2 Students

ธัญญลักษณ์ ปิ่นขาว* ณัฐกานต์ พึ่งกุลศล พรพิมล อ่อนศรี และกัธร คงอรุณ
คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

*corresponding author e-mail: thanyalak.pin@pcru.ac.th

บทคัดย่อ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน และ 2) เปรียบเทียบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับเกณฑ์ร้อยละ 60 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/13 จำนวน 38 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนวิทยานุกูลนารี จังหวัดเพชรบูรณ์ โดยใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping มีค่าดัชนีความสอดคล้อง องค์กรระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์ (IOC) อยู่ระหว่าง 0.67 – 1.00 และแบบทดสอบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) เท่ากับ 1.00 ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.22 – 0.51 ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ (r) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.41 และมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.99 โดยมีสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าเฉลี่ยแบบไม่เป็นอิสระกัน (t-test dependent) และการทดสอบค่าเฉลี่ยแบบประชากรกลุ่มเดียว (t-test one sample) ผลการศึกษาพบว่า 1) สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และ 2) สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ระดับนัยสำคัญ .05

คำสำคัญ: สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความเท่ากันทุกประการ การสอนแบบสืบสอบ เทคนิค Proof Mapping

บทนำ

ปัจจุบันคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ซึ่งเป็นศาสตร์ที่มุ่งเน้นให้มนุษย์คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น ทำงานอย่างเป็นระบบ มีความคิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผล เป็นแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ทำให้คาดการณ์วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาต่าง ๆ รวมทั้งสามารถนำไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์นักเรียนจะต้องฝึกใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่จะทำให้เกิดสมรรถนะหลักด้านคณิตศาสตร์ซึ่งได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสาร การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิด

สร้างสรรค์ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ จึงทำให้ได้ว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) ซึ่งการเรียนคณิตศาสตร์จะช่วยให้เกิดกระบวนการวางแผน แก้ปัญหา วิเคราะห์ในการทำงานได้อย่างเป็นระบบ ตลอดจนการให้เหตุผล ซึ่งสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้ระบุว่า “คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการคิดของมนุษย์ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบและสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างรอบคอบ ช่วยให้การวางแผน ตัดสินใจในปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้”

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่กล่าวข้างต้น หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ได้กำหนดให้คณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในแปดกลุ่มสาระการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย องค์ความรู้ ทักษะหรือกระบวนการเรียนรู้ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ซึ่งกำหนดให้นักเรียนทุกคนจำเป็นต้องเรียนรู้ มุ่งเน้นให้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักดังนี้ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560) แม้ว่าคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญ แต่ในปัจจุบันการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศไทยก็ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร โดยนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐาน ซึ่งเกวลิน ชัยณรงค์ (2555) ได้ศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า ครูส่วนใหญ่ใช้วิธีการสอนแบบบรรยาย การไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง ภาระงานของครู และกิจกรรมของโรงเรียน ซึ่งจะเห็นได้จากผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2561, 2562 และ 2563 พบว่า นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ ร้อยละ 34.20, 30.89 และ 29.73 ตามลำดับ แต่เมื่อมาดูในสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต พบว่า ปีการศึกษา 2561 มีคะแนนเฉลี่ย 42.78 ปีการศึกษา 2562 มีคะแนนเฉลี่ย 26.93 และปีการศึกษา 2563 มีคะแนนเฉลี่ยเป็น 25.91 โดยจะเห็นว่ามีคะแนนที่ต่ำลง และผลการวิจัยของโครงการ TIMSS 2015 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560) พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ แต่เมื่อมาดูสาระที่ทำคะแนนได้จะเห็นว่าเรื่องของจำนวน พีชคณิต และเรขาคณิตทำคะแนนได้พอ ๆ กัน แต่ที่ได้คะแนนน้อยสุดคือเรื่องของข้อมูลและสถิติ แต่เมื่อมาดูพฤติกรรมในการเรียนรู้ของวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ที่ได้เรียนมานำมาประยุกต์ใช้ได้ ไม่สามารถให้เหตุผลและเชื่อมโยง รวมทั้งการแก้ปัญหาที่ไม่สามารถอ้างข้อมูลที่มาที่ไปของโจทย์ต่าง ๆ ได้

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2553) ได้กำหนดการตัดสินผลการเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยใช้ระบบผ่านและไม่ผ่าน โดยกำหนดเกณฑ์การตัดสินผ่านแต่ละรายวิชาที่ร้อยละ 50 ซึ่งอยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ ซึ่งจากการศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวิทยานุกูลนารี พบว่า การทำแบบฝึกหัด และผลการทดสอบในเรื่องของสถิติ นักเรียนอธิบายให้เหตุผลในการหาคำตอบไม่ได้เท่าที่ควร คะแนนที่ได้อยู่ในระดับร้อยละ 50 ซึ่งไม่ถึงเกณฑ์ของโรงเรียน โดยในรายวิชาคณิตศาสตร์จะตัดสินผลการเรียนอยู่ที่ร้อยละ 70 ดังนั้นการที่นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้และมีทักษะที่จะก่อให้เกิดสมรรถนะในด้านต่าง ๆ ได้ ต้องขึ้นอยู่กับการสอนของครูเป็นหลัก ซึ่งสมรรถนะที่ครูควรเน้นให้นักเรียนมากที่สุด คือสมรรถนะการให้เหตุผล เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องใช้เหตุผลในการคิด วิเคราะห์ และแก้ปัญหาในเรื่องต่าง ๆ มากที่สุด โดยการให้เหตุผลส่วนใหญ่จะอยู่ในเรื่องของการพิสูจน์ ซึ่งการพิสูจน์มีประโยชน์หลายประการ คือ ใช้ตรวจสอบข้อคาดการณ์ว่าจริงหรือเท็จ ช่วยในการตัดสินใจว่าข้อคาดการณ์นั้นน่าเชื่อถือหรือไม่ มีความสมเหตุสมผลที่สามารถช่วยอธิบายให้เห็นภาพ ลักษณะ สมบัติโครงสร้าง หรือข้อความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ แต่สุกัญญา หะยิส (2559) ได้กล่าวว่า “การสอนแบบพิสูจน์ และการให้เหตุผลเป็นเรื่องที่ยาก” ซึ่งเนื้อหาแบบนี้ นักเรียนส่วนใหญ่จะเรียนไม่ค่อยเข้าใจ อีกทั้งเป็นเนื้อหาที่นักเรียนทำคะแนนได้น้อย โดยเนื้อหาประเภทนี้จะเรียนตั้งแต่ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และครูส่วนใหญ่ใช้วิธีการสอนตามหนังสือเรียนทำให้นักเรียนไม่สามารถแยกแยะเหตุผลได้ และกระบวนการคิดในการหาคำตอบด้วยตนเองได้

จากการศึกษาการจัดกิจกรรมเรียนรู้จากผลการวิจัยของจินต์ จิระริยากุล (2556) ซึ่งศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยนำกระบวนการแบบสืบสอบมาใช้และพบว่านักเรียนเกิดทักษะ ประสบการณ์ และความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน อีกทั้งยังทำให้นักเรียนเกิดสมรรถนะการให้เหตุผลในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มากขึ้น โดยนักเรียนสามารถวิเคราะห์และสืบค้นหาแนวทางจากข้อมูลที่มีอยู่ และจากการศึกษา พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping (สาวิตริ อุ่นทองศิริ, 2563) สามารถช่วยให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลได้ และเข้าใจปัญหาในเรื่องต่าง ๆ ได้มากขึ้น โดยนักเรียนจัดกระบวนการคิด วิเคราะห์ จัดระเบียบของข้อมูลเป็นลำดับ และเชื่อมโยงของข้อมูลไปหาข้อสรุปได้ดี จากผลการวิจัยของ Linares (2008) ซึ่งได้ออกแบบผังกราฟิกและนำมาใช้ในการสอนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตให้กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา โดยใช้ชื่อ Proof Mapping พบว่า นักเรียนมีความสามารถและความมั่นใจในการพิสูจน์สูงขึ้น จากผลการศึกษาและการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยจึงเชื่อว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping จะช่วยแก้ปัญหาและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลกับนักเรียน ซึ่งกระบวนการเหล่านี้จะช่วยพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลของนักเรียนได้ดีขึ้น โดยนักเรียนสามารถอธิบายให้เหตุผลโดยใช้ความคิดของตน สามารถอธิบายความสัมพันธ์โดยใช้เหตุผลอุปนัยและนิรนัยได้อย่างสมเหตุสมผล (อัมพร ม้าคนอง, 2553)

จากปัญหาและเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงต้องการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อให้นักเรียนสามารถคิดเป็นขั้นตอน เชื่อมโยงและอธิบาย โดยนำความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เราได้สืบค้นและให้เหตุผลไปใช้แก้ปัญหาในการพิสูจน์ เนื่องจากเนื้อหาเรื่องนี้มีความเกี่ยวข้องในการพิสูจน์รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันโดยใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ และเพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับเกณฑ์ร้อยละ 60

วิธีดำเนินการวิจัย

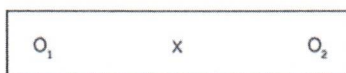
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวิทยานุกูลนารี จังหวัดเพชรบูรณ์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนวิทยานุกูลนารี จังหวัดเพชรบูรณ์ จำนวน 38 คน ได้แก่ ห้อง ม.2/13 โดยใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม

แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) แบบการทดลองแบบกลุ่มตัวอย่างเดียว มีการวัดผลก่อนและหลัง (The One-Group Pretest-Posttest Design) โดยมีลักษณะการทดลอง ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 รูปแบบการทดลองสำหรับการวิจัย

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping

O₁ แทน การทดสอบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

O₂ แทน การทดสอบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้สำหรับการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping จำนวน 11 คาบ โดยมีรายละเอียดการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping เพื่อเขียนแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ และศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตามคู่มือครูรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ รายละเอียดของเนื้อหา การวัดผลและประเมินผลตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) เพื่อกำหนดเนื้อหาและกิจกรรมที่จะใช้สอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping

1.2 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามขอบเขตของเนื้อหาและกรอบแนวคิดของกิจกรรม โดยผู้วิจัยจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนของกระบวนการแบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping ดังนี้

1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นที่ครูจะนำเข้าสู่บทเรียน โดยการตั้งคำถามหรือการทำกิจกรรม เพื่อทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนและกระตุ้นความสนใจและความพร้อมในการเรียนรู้

2) ขั้นสอน เป็นขั้นที่ครูจัดกิจกรรมเพื่อเข้าสู่เนื้อหาเรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยในกิจกรรมจะมีการนำผังกราฟิกมาเป็นเครื่องมือในการวางแผนการแก้ปัญหาและหาคำตอบ และใช้กระบวนการสืบสอบ 5 ขั้น มาเป็นขั้นตอนในการดำเนินการสร้าง Proof Mapping ดังนี้

- ขั้นตอนที่ 1 เสนอปัญหาและระบุปัญหา ครูจัดสถานการณ์หรือปัญหา และใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตและระบุปัญหาให้ชัดเจน

- ขั้นตอนที่ 2 ตั้งสมมติฐาน นักเรียนสำรวจข้อมูลที่มีและระดมความคิดเพื่อนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาสร้างเป็นแนวคิดที่จะสามารถนำไปสู่คำตอบของปัญหา

- ขั้นตอนที่ 3 รวบรวมข้อมูล นักเรียนรวบรวมข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ที่กำหนดหรือจากความรู้เดิม โดยครูอาจใช้คำถามกระตุ้นเพื่อช่วยนักเรียนรวบรวมข้อมูล และสร้างเป็น Proof Mapping

- ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์ข้อมูล นักเรียนวิเคราะห์และเชื่อมโยงข้อมูลที่มีเพื่อพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมมีความสัมพันธ์กันแบบใดเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

- ขั้นตอนที่ 5 ลงข้อสรุป นักเรียนสรุปการเชื่อมโยงข้อมูลตามลำดับขั้นของการพิสูจน์ตาม Proof Mapping

3) ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้เรียนในคาบนั้น ๆ ผ่านการตอบคำถาม

1.3 นำแผนการจัดการเรียนรู้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของกิจกรรมและนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม

1.4 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องของมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และความสอดคล้องระหว่างตัวชี้วัดกับการวัด และการประเมินผลการเรียนรู้ โดยใช้วิธีการหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์

(Index of item objective congruence: IOC) (ไพศาล วรคำ, 2559) โดยผลการประเมินมีค่าอยู่ระหว่าง 0.67 – 1.00 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ไปใช้กับกลุ่ม Try out และนำมาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเป็นแบบทดสอบประเภทอัตนัยจำนวน 5 ข้อ โดยมีรายละเอียดการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร วารสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และเนื้อหา เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)

2.2 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยข้อสอบใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ สร้างแบบทดสอบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

2.3 นำแบบทดสอบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด และจุดประสงค์การเรียนรู้ของข้อคำถามกับภาษาที่ใช้ เพื่อขอคำแนะนำในส่วนที่ยังบกพร่องและนำมาปรับปรุงแก้ไข

2.4 นำแบบทดสอบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เสนอให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (Index of item objective congruence: IOC) (ไพศาล วรคำ, 2559) พบว่า ข้อสอบมีค่า (Index of item objective congruence: IOC) มีค่าเท่ากับ 1.00 ได้ทั้งหมดจำนวน 10 ข้อ

2.5 นำแบบทดสอบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปเสนอให้อาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง แล้วนำไปใช้ทดลองกับนักเรียนกลุ่ม Try out เพื่อทำการหาคุณภาพของแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ (r) ซึ่งใช้วิธีของ Whitney และ Sabers (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2543 อ้างอิงใน สาวิตรี อุ่นทองศิริ, 2563) โดยใช้เกณฑ์ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.2 – 0.8 และค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ (r) อยู่ระหว่าง 0.2 -1.0 พบว่า แบบทดสอบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.22 – 0.51 และมีอำนาจจำแนกของข้อสอบ (r) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.41 ได้ข้อสอบที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ จำนวน 5 ข้อ

2.6 นำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกจากข้อ 2.5 จำนวน 5 ข้อ มาหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach) (บุญชม ศรีสะอาด, 2553) พบว่า แบบทดสอบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.99 จากนั้นนำแบบทดสอบที่ผ่านเกณฑ์ทั้งหมด 5 ข้อ มาจัดพิมพ์เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) แบบการทดลองแบบกลุ่มตัวอย่างเดียว มีการวัดผลก่อนและหลัง (The One-Group Pretest-Posttest Design) การเก็บรวบรวมข้อมูลดำเนินการในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 ใช้เวลาทั้งหมด 11 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งยังไม่รวมเวลาในการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน โดยมีรายละเอียดในการดำเนินงานแต่ละขั้นตอน ดังนี้

1. ทำการทดสอบก่อนจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับนักเรียนด้วยแบบทดสอบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จำนวน 5 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมา ใช้เวลาทั้งหมด 50 นาที

2. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping ที่ผู้วิจัยเป็นผู้สอนเอง ซึ่งใช้เวลาสอนทั้งหมด 11 คาบ คาบละ 50 นาที กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/13 โรงเรียนวิทยานุกูลนารี จำนวน 38 คน

3. ทำการทดสอบหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับนักเรียนด้วยแบบทดสอบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ จำนวน 5 ข้อ ใช้เวลา 50 นาที ทำการตรวจให้คะแนนแล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. เปรียบเทียบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน โดยนำคะแนนที่ทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนมาหาค่าสถิติทดสอบที่แบบไม่อิสระกัน (t-test dependent)

2. เปรียบเทียบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยนำคะแนนที่ทดสอบหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 มาหาค่าสถิติทดสอบที่กรณีประชากรกลุ่มเดียว (t-test one sample)

ผลการวิจัย

การวิจัยเรื่องการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน และเพื่อเปรียบเทียบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยผู้วิจัยได้ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลตามแนวทางที่ได้กำหนดไว้และทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณเพื่อทดสอบสมมติฐานตั้งตาราง 1 และตาราง 2 ตามลำดับ

ตาราง 1 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

การทดสอบ	N	$\bar{x}$	S.D.	t	p
ก่อนเรียน	38	6.16	4.756	-5.792	0.000
หลังเรียน	38	10.34	3.961		

* p-value < .05

จากตาราง 1 พบว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีผลคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 6.16 และ 10.34 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 25 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.756 และ 3.961 ตามลำดับ ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่าสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตาราง 2 ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับเกณฑ์ร้อยละ 60

การทดสอบ	คะแนน ร้อยละ 60	$\bar{x}$	S.D.	df	t	p
หลังเรียน	15	10.34	3.961	37	-7.249	0.000

* p-value < .05

จากตาราง 2 พบว่าสมรรถนะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากการวิจัยเรื่องการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่าสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ระดับนัยสำคัญ .05 การที่ผลวิจัยเป็นเช่นนี้ได้ อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

สรุปผลการวิจัยและอภิปรายผล

1. จากผลการเปรียบเทียบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน พบว่า สมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ที่ระดับนัยสำคัญ .05 สอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยข้อที่ 1 เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping ช่วยให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการสร้างความรู้จากคำถามของผู้สอน และเสนอแนวคิดในการตอบคำถามในแต่ละขั้นตอนผ่านกระบวนการสืบสอบ โดยขั้นตอนการตั้งสมมติฐานนักเรียนสามารถวิเคราะห์หาแนวทางในการพิสูจน์ด้วยการหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่มีกับสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ พบว่าในขั้นตอนนี้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ สามารถแลกเปลี่ยนความคิดในการพิสูจน์ร่วมกันได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีของ ชามมณี (2560) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบสอบ เป็นการสอนที่ครูจะเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม คิด และแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง เพื่อเรียบเรียงหาคำตอบและสรุปเป็นความรู้ด้วยตนเอง ขั้นตอนการพิสูจน์นักเรียนจะพิสูจน์โดยใช้เทคนิค Proof Mapping โดยสามารถออกแบบและวางแผนการพิสูจน์อย่างเป็นระบบได้ด้วยตนเอง เช่น เงื่อนไขของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ถามหรือต้องการพิสูจน์ สมบัติและทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้อง ให้ออกมาเป็นรูปธรรมแบบผังความคิดแล้วมองหาความเชื่อมโยงของข้อมูลวิเคราะห์ และสรุปสิ่งที่ได้ ซึ่งสอดคล้องกับการวิจัยของ กมล นาคสุทธิ (2559) ที่นำเทคนิค Proof Mapping มาใช้ในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่าการพิสูจน์แบบ Proof Mapping ช่วยให้นักเรียนสามารถมองเห็นแนวทางของคำตอบ กระบวนการคิด และทำให้นักเรียนเข้าใจถึงขั้นตอนของการพิสูจน์มากขึ้น

2. จากผลการเปรียบเทียบสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับเกณฑ์ร้อยละ 60 พบว่า สมรรถนะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับเทคนิค Proof Mapping สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนไม่สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ซึ่งไม่สอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยข้อที่ 2 เนื่องจากการพิสูจน์แบบ Proof Mapping นักเรียนแสดงวิธีทำและอธิบายให้เหตุผลยังไม่ชัดเจน แต่ในการสรุปคำตอบนักเรียนสามารถสรุปได้ชัดเจน สอดคล้องกับเกณฑ์การทำข้อสอบของกรมวิชาการที่กมล นาคสุทธิ (2559) ได้อ้างถึงเกณฑ์การให้คะแนนในการทำข้อสอบของนักเรียนที่แสดงวิธีทำและอธิบายให้เหตุผลยังไม่ชัดเจน แต่สามารถสรุปคำตอบได้ โดยให้คะแนน 2 คะแนนในการทำข้อสอบ เมื่อรวมคะแนนข้อสอบพบว่านักเรียนได้คะแนนผ่านไม่เกินร้อยละ 60 แต่มีคะแนนผ่านในระดับร้อยละ 50 ซึ่งสอดคล้องกับสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2553) ที่ได้กำหนดเกณฑ์การตัดสินผ่านแต่ละรายวิชาที่ร้อยละ 50 ซึ่งอยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความกรุณาจากคณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ ที่ได้มอบโอกาสในการทำวิจัยในครั้งนี้ ขอกราบขอบคุณโรงเรียนวิทยานุกูลนารี ที่ได้กรุณาให้ความช่วยเหลือและสนับสนุนในการทำวิจัย และขอขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 /13 ที่ได้ให้ความร่วมมือในการทำวิจัย ท้ายนี้ผู้วิจัยขอขอบคุณผู้เขียนหนังสือและบทความต่าง ๆ ที่ข้าพเจ้าได้นำเนื้อหาประกอบในการทำวิจัย ตลอดจนเพื่อน ๆ ทุกคนที่ได้ให้ความช่วยเหลือในการทำวิจัยจนผู้วิจัยสามารถทำวิจัยเล่มนี้ได้สำเร็จจนลุล่วงไปได้ดี

รายการอ้างอิง

- กมล นาคสุทธิ. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพัฟฟ์แมปปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 [วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย]. Office of Academic Resources Chulalongkorn University. <http://cuir.car.chula.ac.th/bitstream/123456789/54969/1/5683301527.pdf>
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. ขุมขุมสทศกรมการเกษตรแห่งประเทศไทย.
- เกวลิณ ชัยณรงค์. (2555). การศึกษาสภาพและปัญหาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- จินต์ จิระริยากุล. (2556). ผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ โดยใช้โปรแกรม Tinker Plots เรื่อง สถิติ ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 [วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ]. Srinakharinwirot University Institutional Repository (SWU IR). https://ir.swu.ac.th/jspui/bitstream/123456789/3995/2/Jin_C.pdf
- ทศนา แคมมณี. (2560). ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ (พิมพ์ครั้งที่ 8). โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2553). การวิจัยเบื้องต้น (พิมพ์ครั้งที่ 8). สุวีริยาสาส์น.
- ไพศาล วรคำ. (2559). การวิจัยทางการศึกษา = Educational Research (พิมพ์ครั้งที่ 8). ดกสิลาการพิมพ์
- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่ 2). สุวีริยาสาส์น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560). คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สาวิตตรี อุ่นทองศิริ. (2563). การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 [ปริญญาโทบริหารธุรกิจการศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ]. Srinakharinwirot University Institutional Repository (SWU IR). <http://ir-ithesis.swu.ac.th/dspace/bitstream/123456789/685/1/gs611110170.pdf>
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2553. แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 2). โรงพิมพ์ขุมขุมสทศกรมการเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด

- สุกัญญา หะยัสา. (2559). คุณค่าของการพิสูจน์. ในเอกสารประกอบการสอน.
- อัมพร ม้าคะนอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาเพื่อการพัฒนาการ. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Linares, L. (2008). *The Effects of a Proof Mapping Instructional Technique on High School Geometry Students and Their Ability to Write Geometric Proofs*. University of California Davis.
<https://education.ucdavis.edu/sites/main/files/file-attachments/Linares.pdf>