



รายงานสืบเนื่อง จากการประชุมวิชาการระดับชาติ

PROCEEDINGS

การประชุมวิชาการระดับชาติพืชมูลสงครามวิจัย

ครั้งที่ 6 ประจำปี พ.ศ. 2563

วันที่ 12 กุมภาพันธ์ 2563

กลุ่มวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สารบัญ

	หน้า
Determinating model force-time dependent for serve tennis ball trajectory of motion ณัฐนิชา มะสูงเนิน ธรรารัตน์ สำเนียง สุภาพร หุ้เต็ม ศานิตย์ สุวรรณวงศ์ และ อาทิตย์ หุ้เต็ม.....	397-404
Fabrication of mathematical and physics model for velocity time-dependent in the men's 100 metres from 8 runners ธนาลักษณ์ ทองมี โชษิตา วรรณบุษราคัม กนกพล นนทะสัน สุภาพร หุ้เต็ม ศานิตย์ สุวรรณวงศ์ และ อาทิตย์ หุ้เต็ม.....	405-413
Creation of physics model the trajectory of a particle motion under weak squall force time- dependent $F_y \sin(\omega t)$ ต่อสกุล ทิพนนท์ พิชามัค มาณูนันท์ สิริณัฐ พองจางวาง สาริศา จันทวงศ์ สุภาพร หุ้เต็ม ศานิตย์ สุวรรณวงศ์ และ อาทิตย์ หุ้เต็ม.....	414-422
Comparison of the displacement of time-dependent in the vertical via the external force สุทธดา กภาพสิน วิกร เรือนปัญญา สุภาพร หุ้เต็ม และ นายอาทิตย์ หุ้เต็ม.....	423-431
Manufacture of mathematical and physics model displacement time-dependent in vertical of serving tennis ball under external weak gale force time-dependent วิศัลย์ จันทรผ่อง.....	432-441
Procreation of mathematics and physics model displacement time-dependent in vertical projection of motion for shoot basketball สุนารี จันทรผ่อง.....	442-450
การศึกษาและออกแบบสร้างตัวแปลงผันไฟฟ้ากระแสสลับเป็นไฟฟ้ากระแสตรง สำหรับระบบขับเคลื่อน มอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟส กันยารัตน์ เอกเอี่ยม และ องอาจ ทับบุรี.....	451-456
การตรวจสอบและแก้ไขปัญหาไฟฟ้าสถิตที่เกิดขึ้นในเครื่องจักร วุฒิชัย ขำปู่ วรินทร์ แซ่ลิ้ม คมสัน พะปะโคน และ สุรพงษ์ แก่นมณี.....	457-465
คุณสมบัติไดโอดเล็กทรอนิกส์ของสารแบเรียมไททาเนตที่เจือด้วยนาโนคาร์บอน ศานิตย์ สุวรรณวงศ์ อาทิตย์ หุ้เต็ม และ จิราพัชร มากคำ.....	466-473
การศึกษาการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ของลูกขนไก่ ภายใต้แรงต้านอากาศ แรงยก แรงลอยตัว ในแนวระดับและแนวตั้ง สุวิมล ก้อนคำ.....	474-480
การประมาณค่าโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข พิลาศลักษณ์ ศรีแก้ว และ เอเปา ลุงเอ็ง.....	481-487
การแปลงโมเมนต์สำหรับระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย พิลาศลักษณ์ ศรีแก้ว และ กัญญารัตน์ พลมาตย์.....	488-494

การเปรียบเทียบการกระจัดในแนวตั้งของอนุภาคที่เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอก 2 ชนิด

$$F_y e^{-\beta t} \cosh^2(\omega t) \text{ และ } F_y e^{-\beta t} \sinh^2(\omega t)$$

Comparison of the displacement of time-dependent in the vertical via the external

$$\text{force } F_y e^{-\beta t} \cosh^2(\omega t) \text{ and } F_y e^{-\beta t} \sinh^2(\omega t)$$

สุทธดา กาฬสินธุ์¹ วิศวกร เรือยนต์จะ สุภาพร หุ้เต็ม, และ อาทิตย์ หุ้เต็ม²

¹โรงเรียนวิทยานุกูลนารี, ตำบล ในเมือง, อำเภอ เมือง, เพชรบูรณ์

²คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์, เพชรบูรณ์

* corresponding author e-mail picnic.271236@gmail.com

บทคัดย่อ

จุดประสงค์ของงานวิจัยฉบับนี้คือ การศึกษาพฤติกรรมของการเคลื่อนที่แบบวิถีโค้ง ภายใต้แรงต้านอากาศ แรงยก และแรงภายนอก ผลลัพธ์ของการกระจัดและความเร็วที่ได้มาจากการคำนวณแคลคูลัส โดยใช้สมการเชิงเส้นอันดับหนึ่ง ซึ่งได้แสดงพฤติกรรมของการกระจัดในแนวตั้งที่ขึ้นอยู่กับเวลา ($y(t)$) ความเร็วในแนวตั้งที่ขึ้นอยู่กับเวลา ($V_y(t)$) การกระจัดในแนวระดับที่ขึ้นอยู่กับเวลา ($X(t)$) ความเร็วในแนวระดับที่ขึ้นอยู่กับเวลา ($V_x(t)$) ในรูปแบบของกราฟ ผลการทดลองได้ว่า ถ้าหากเพิ่มค่าของแรงภายนอกเริ่มต้น ($F_y e^{\beta t}$) จะทำให้การกระจัดในแนวระดับเพิ่มขึ้นเช่นกัน ถ้าหากเพิ่มค่าของ K_l และ K_d โดยที่กำหนดให้ $F_y (F_y e^{-\beta t} \cosh^2(\omega t))$ คงที่ จะทำให้การกระจัดในแนวระดับเพิ่มขึ้นเช่นกัน และถ้าเพิ่มแรงในแนวตั้งเริ่มต้น F_y ในแรงภายนอก ($F_y e^{-\beta t} \sinh^2(\omega t)$) จะทำให้การกระจัดในแนวระดับเพิ่มขึ้นเช่นกัน

คำสำคัญ : แรงต้านอากาศ, แรงภายนอก, แรงยก

Abstract

The main purpose of this study is the behavior of trajectory motion, assumed the air-resistance force, the magnus force and external force. The results of displacement equation and velocity equation of a projectile motion by calculus first order linear equation. So we have representation of behavior vertical displacement time dependent ($y(t)$), representation of behavior vertical velocity time dependent ($V_y(t)$), representation of behavior horizontal displacement time dependent ($X(t)$), representation of behavior horizontal velocity time dependent ($V_x(t)$). The result showed that representation of behavior horizontal displacement time dependent, If increase the parameter of initial F_y external force ($F_y e^{\beta t}$) so, the horizontal displacement will increase too and from representation of behave horizontal displacement dependent on time, has If increase the parameter of K_l and K_d with

fixed the parameter $F_y(F_y e^{-\beta t} \cosh^2(\omega t))$ so, the horizontal displacement will increase too. Representation of behave horizontal displacement dependent on time, has If increase the parameter of initial F_y external force $(F_y e^{-\beta t} \sinh^2(\omega t))$ so, the horizontal displacement will increase too.

keywords : air-resistance, external force, magnus force

Introduction

In our study of projectile motion, we assumed that the air-resistance force, the magnus force, the gravitational field, the external force and the drag force. The magnus force is a major effect on the motion of many object, including badminton serving, free kick in the football game and tennis ball serving. So there are many researches that study about the trajectory of motion in-flight parabolic curve. In 2009, Jeffrey K. Leela et.al. analyses the variables involved in a penalty to ensure a very high success rate. In 2014 Jeffrey K. Leela et.al. show numeric techniques solve of the equation of projectile motion under the drag force, the magnus force for the flight characteristics of a soccer ball. Next in the 2015 Mehment Pakdemirli and Yigit Aksay show the method solved approximately using perturbation techniques' assuming the lift coefficient to be small compared to the drag coefficient. In 2017 Peter Chudinov et.al. analyses the variants of approximation of the sought function (the projectile coordinates) Allows to construct a trajectory of the projectile with the help of elementary without using numerical schemes. In 2018, Ping Wang et.al. consider the effect of a ball table tennis spinning motion on trajectory by coefficients of trajectory equation. In 2010 S.N. Maitra depicts the projectile motion vis-à-vis elastic collision between the bat and ball of tennis game. The scheme of this paper is as follows. In section 2 is calculating by calculus first order linear equation. Demonstrating of model for displacement in vertical and horizontal for projectile motion and result in section 3. Conclusion of the projectile motion is in section 4.

The method of research

We will show about the method of research by mathematics (differential equation) and Newton's second law for displacement.

Comparison of the displacement in the vertical via the external force $F_y e^{-\beta t} \cosh^2(\omega t)$ and $F_y e^{-\beta t} \sinh^2(\omega t)$

Basic to any presentation of mechanics is Newton's second law, which states that an external force acting on a particle will cause the momentum of the particle to change: $\vec{F} = d\vec{p}/dt$, where $\vec{p} = m\vec{v}$ is the momentum. In the special case of constant mass, this takes the more familiar form $\vec{F} = m\vec{a}$. Consider a particle of mass (m) moving in a constant gravitational field ($m\vec{g}$), the drag force ($\vec{F}_d$), the magnus force ($\vec{F}_L$), and an external force ($F_y e^{-\beta t} \cosh^2(\omega t)$, $F_y e^{-\beta t} \sinh^2(\omega t)$).

The displacement in vertical direction via external force ($F_y e^{-\beta t} \cosh^2(\omega t)$)

Consider a particle of mass moving in a constant gravitational field, the air-resistance force, the magnus force, and an external force ($F_y e^{-\beta t} \cosh^2(\omega t)$) see figure 1.

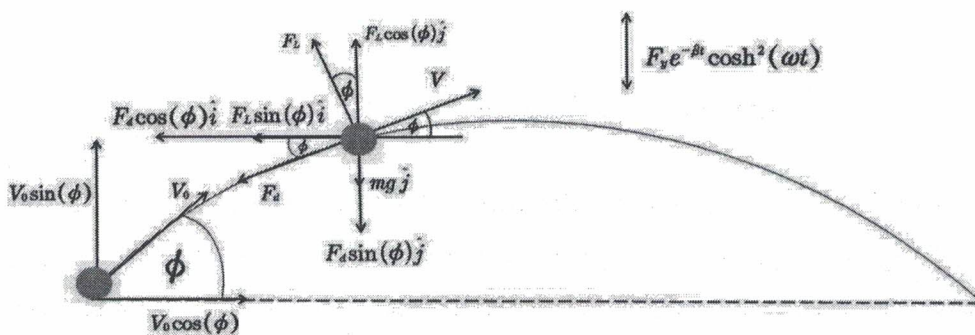


Figure 1: The four forces that act on a particle in flight under external force ($F_y e^{-\beta t} \cosh^2(\omega t)$).

When a particle is thrown at certain angle to the ground its trajectory of motion in-flight is parabolic curve, unless it is thrown vertically up or down. Parabolic conformation is a consequence of Newton's second laws.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}, \quad (1)$$

$$m \frac{d}{dt} (v_x \hat{i} + v_y \hat{j}) = -F_L \sin(\phi) \hat{i} - F_d \cos(\phi) \hat{i} - F_d \sin(\phi) \hat{j} + F_L \cos(\phi) \hat{j} - mg \hat{j} + F_y e^{-\beta t} \cosh^2(\omega t), \quad (2)$$

The velocity time-dependent in the horizontal ($v_x(t)$) direction is

$$-F_L \sin(\phi) - F_d \cos(\phi) = m \frac{dv_x}{dt}, \quad (3)$$

where $F_L = k_L v$ is the magnus force (k_L is called the magnus coefficient) and $F_d = k_d v$ is the drag force (k_d is called the drag coefficient). We can rewrite equation (3) to give

$$-\mu v_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad (4)$$

where $\mu = \frac{k_L}{m} \sin(\phi) + \frac{k_d}{m} \cos(\phi)$ is a function of angle (ϕ) and again assuming the initial condition that $v_x(0) = v_0 \cos(\phi)$ at $t = 0$, we get by direct integration

$$v_x(t) = v_0 \cos(\phi) e^{-\mu t}. \quad (5)$$

That is, the velocity decreases exponentially with time. Equation (5) is the velocity time-dependent in the horizontal. In equation (5), we may substitute $v_x(t) = dx(t)/dt$ and the limits $x(t=0) = 0$ when $t = 0$. After integrating, we get following result:

$$x(t) = \frac{v_0 \cos(\phi)}{\mu} (1 - e^{-\mu t}), \quad (6)$$

we can calculate the time of the function displacement in horizontal $t(x)$ that is

$$t(x) = -\frac{1}{\mu} \ln \left(1 - \frac{\mu x}{v_0 \cos(\phi)} \right). \quad (7)$$

According to figure 1, the velocity time-dependent in the vertical $(v_y(t))$ direction is

$$\begin{aligned} m \frac{dv_y}{dt} &= -F_d \sin(\phi) + F_L \cos(\phi) - mg + F_y e^{-\beta t} \cosh^2(\omega t), \\ \frac{dv_y}{dt} + \gamma v_y &= \frac{F_y}{m} e^{-\beta t} \cosh^2(\omega t) - g, \end{aligned} \quad (8)$$

where $\gamma = \frac{k_d}{m} \sin(\phi) - \frac{k_L}{m} \cos(\phi)$ is a function of ϕ and again assuming the initial condition that

$v_y(0) = v_0 \sin(\phi)$ at $t = 0$, we get by direct integration of by part

$$\begin{aligned} v_y(t) &= \frac{F_y}{2m} \left(\frac{e^{-\beta t}}{\delta} + \frac{e^{-\beta t} (\delta \cosh(2\omega t) - 2\omega \sinh(2\omega t))}{\delta^2 - 4\omega^2} \right) - \frac{g}{\gamma} \\ &+ \left(v_0 \sin(\phi) + \frac{g}{\gamma} - \frac{F_y}{2m} \left(\frac{1}{\delta} + \frac{\delta}{\delta^2 - 4\omega^2} \right) \right) e^{-\gamma t}. \end{aligned} \quad (9)$$

In equation (9), we may substitute $v_y(t) = dy(t)/dt$ and the limits $x(t=0) = 0$ when $t = 0$. After integrating, we get following result:

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{F_y}{2m} \left(\frac{(4\omega^2 - \delta\beta) e^{-\beta t} \cosh(2\omega t)}{(\delta^2 - 4\omega^2)(\beta^2 - 4\omega^2)} + \frac{(2\omega\beta - 2\omega\delta) e^{-\beta t} \sinh(2\omega t)}{(\delta^2 - 4\omega^2)(\beta^2 - 4\omega^2)} - \frac{e^{-\beta t}}{\delta\beta} \right) + y_0 - \frac{gt}{\gamma} \\ &- \left(\left(\frac{v_0 \sin(\phi)}{\gamma} + \frac{g}{\gamma^2} - \frac{F_y}{2m\gamma} \left(\frac{1}{\delta} + \frac{\delta}{\delta^2 - 4\omega^2} \right) \right) (e^{-\gamma t} - 1) \right) \\ &- \frac{F_y}{2m} \left(\frac{(4\omega^2 - \delta\beta)}{(\delta^2 - 4\omega^2)(\beta^2 - 4\omega^2)} - \frac{1}{\delta\beta} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

where $y(t)$ is a displacement time-dependent in vertical. Substitute equation (7) into equation (10), we have the displacement in vertical of the function of displacement in horizontal. The plot of y versus x is shown in the section numerical and result.

The displacement in vertical direction via external force $(F_y e^{-\beta t} \sinh^2(\omega t))$

Consider a particle of mass moving in a constant gravitational field, the air-resistance force, the magnus force, and an external force $(F_y e^{-\beta t} \sinh^2(\omega t))$ see figure 2.

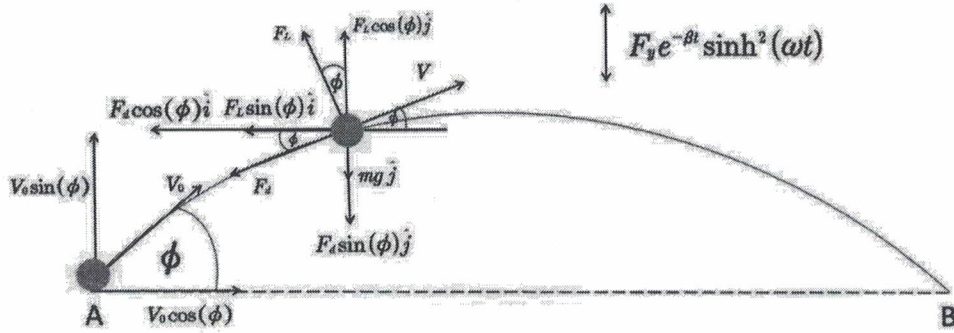


Figure 2: The four forces that act on a particle in flight under external force $(F_y e^{-\beta t} \sinh^2(\omega t))$.

When a particle is thrown at certain angle to the ground its trajectory of motion in-flight is parabolic curve, unless it is thrown vertically up or down. Parabolic conformation is a consequence of Newton's second laws.

$$m \frac{d}{dt} (v_x \hat{i} + v_y \hat{j}) = -F_L \sin(\phi) \hat{i} - F_d \cos(\phi) \hat{i} - F_d \sin(\phi) \hat{j} + F_L \cos(\phi) \hat{j} - mg \hat{j} + F_y e^{-\beta t} \sinh^2(\omega t). \quad (11)$$

The velocity time-dependent in the horizontal $(v_x(t))$ direction is

$$-F_L \sin(\phi) - F_d \cos(\phi) = m \frac{dv_x}{dt}, \quad (12)$$

where $F_L = k_L v$ is the magnus force (k_L is called the magnus coefficient) and $F_d = k_d v$ is the drag force (k_d is called the drag coefficient). We can rewrite equation (12) to give

$$-\mu v_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad (13)$$

where $\mu = \frac{k_L}{m} \sin(\phi) + \frac{k_d}{m} \cos(\phi)$ is a function of angle (ϕ) and again assuming the initial condition that $v_x(0) = v_0 \cos(\phi)$ at $t = 0$, we get by direct integration

$$v_x(t) = v_0 \cos(\phi) e^{-\mu t}.$$

(14)

That is, the velocity decreases exponentially with time. Equation (14) is the velocity time-dependent in the horizontal. In equation (14), we may substitute $v_x(t) = dx(t)/dt$ and the limits $x(t=0) = 0$ when $t = 0$. After integrating, we get following result:

$$x(t) = \frac{v_0 \cos(\phi)}{\mu} (1 - e^{-\mu t}), \quad (15)$$

we can calculate the time of the function displacement in horizontal $t(x)$ that is

$$t(x) = -\frac{1}{\mu} \ln \left(1 - \frac{\mu x}{v_0 \cos(\phi)} \right). \quad (16)$$

According to figure 2, the velocity time-dependent in the vertical $(v_y(t))$ direction is

$$\begin{aligned} m \frac{dv_y}{dt} &= -F_d \sin(\phi) + F_L \cos(\phi) - mg + F_y e^{-\beta t} \sinh^2(\omega t), \\ \frac{dv_y}{dt} + \gamma v_y &= \frac{F_y}{m} e^{-\beta t} \sinh^2(\omega t) - g, \end{aligned} \quad (17)$$

where $\gamma = \frac{k_d}{m} \sin(\phi) - \frac{k_L}{m} \cos(\phi)$ is a function of ϕ and again assuming the initial condition that

$v_y(0) = v_0 \sin(\phi)$ at $t = 0$, we get by direct integration of by part

$$\begin{aligned} v_y(t) &= \frac{F_y}{2m} \left(\frac{e^{-\beta t} (\delta \cosh(2\omega t) - 2\omega \sinh(2\omega t))}{\delta^2 - 4\omega^2} - \frac{e^{-\beta t}}{\delta} \right) + \frac{g}{\gamma} \\ &+ \left(v_0 \sin(\phi) - \frac{g}{\gamma} + \frac{F_y}{2m} \left(\frac{1}{\delta} - \frac{\delta}{\delta^2 - 4\omega^2} \right) \right) e^{-\gamma t}. \end{aligned} \quad (18)$$

In equation (18), we may substitute $v_y(t) = dy(t)/dt$ and the limits $x(t=0) = 0$ when $t = 0$. After integrating, we get following result:

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{F_y}{2m} \left(\frac{(4\omega^2 - \delta\beta) e^{-\beta t} \cosh(2\omega t)}{(\delta^2 - 4\omega^2)(\beta^2 - 4\omega^2)} + \frac{(2\omega\beta - 2\omega\delta) e^{-\beta t} \sinh(2\omega t)}{(\delta^2 - 4\omega^2)(\beta^2 - 4\omega^2)} + \frac{e^{-\beta t}}{\delta\beta} \right) + y_0 + \frac{gt}{\gamma} \\ &- \left(\left(\frac{v_0 \sin(\phi)}{\gamma} - \frac{g}{\gamma^2} - \frac{F_y}{2m\gamma} \left(\frac{\delta}{\delta^2 - 4\omega^2} - \frac{1}{\delta} \right) (e^{-\gamma t} - 1) \right) \right) \\ &- \frac{F_y}{2m} \left(\frac{(4\omega^2 - \delta\beta)}{(\delta^2 - 4\omega^2)(\beta^2 - 4\omega^2)} + \frac{1}{\delta\beta} \right), \end{aligned} \quad (19)$$

where $y(t)$ is a displacement time-dependent in vertical. Substitute equation (16) into equation (19), we have the displacement in vertical of the function of displacement in horizontal. The plot of y versus x is shown in the section numerical and result.

Result and Discussion

Equation (2) and (11) is solution of the first-order, linear equation non-homogeneous ordinary differential equation. In physics meaning it means vertical displacement depend on horizontal displacement see equation (10) and (19). Substitute equation (7), (10) and (19) into the program mathematical, we have graph of y versus x .

3.1 The displacement in vertical direction via external force $(F_y e^{-\beta t} \cosh^2(\omega t))$

We can representation of graph displacement in vertical see figure3. Setting green dashed line as $F_y = 0.1$, blue dashed line as $F_y = 0.35$, pink dashed line as $F_y = 0.55$, yellow dashed line as $F_y = 0.75$ see figure 3.

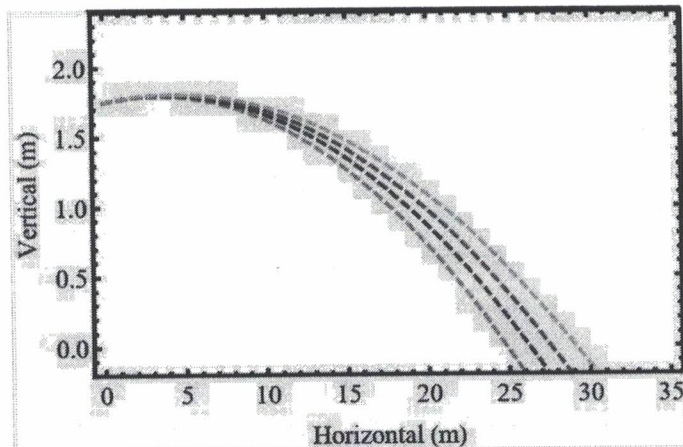


Figure 3 : Partial trajectories for varying initial F_y external force.

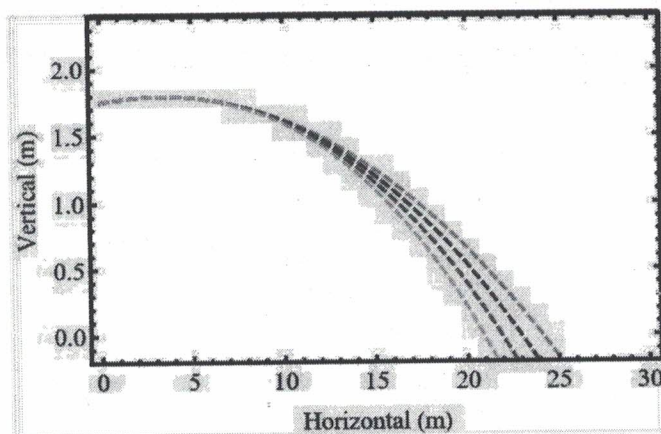


Figure 4: Partial trajectories for varying parameter K_d, K_L with fixed the parameter F_y .

From figure 4, If higher K_d, K_L affect decreasing value of the displacement in horizontal for a particle movie see figure 1.

The displacement in vertical direction via external force $(F_y e^{-\beta t} \sinh^2(\omega t))$

We can representation of graph displacement in vertical see figure5. Setting green dashed line as $F_y = 0.01$, blue dashed line as $F_y = 0.5$, pink dashed line as $F_y = 1.0$, yellow dashed line as $F_y = 1.5$ see figure 5.

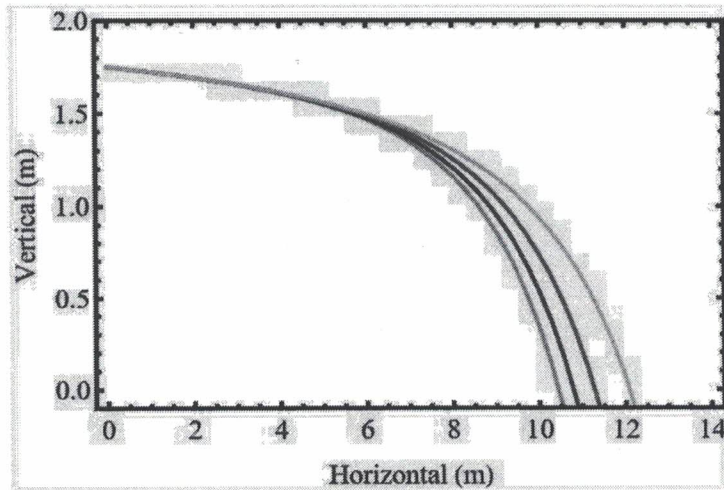


Figure 5: Representation a partial trajectory motion for vary initial F_y external force.

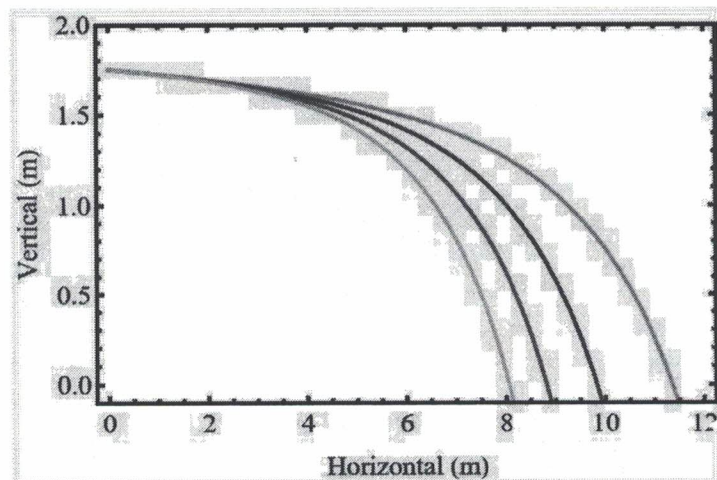


Figure 6: Partial trajectories for varying parameter K_l and K_d with fixed the parameter F_y .

From figure 6, if higher K_d, K_L affect decrease value that is placement in horizon force see figure 2.

Discussion

From figure 3, if increase F_y . That will make the horizontal displacement increase too

From figure 4, if increase K_d, K_L . That will make the horizontal displacement decrease.

From figure 5, if increase F_y . That will make the horizontal displacement increase too.

From figure 4, if increase K_d, K_L . That will make the horizontal displacement decrease.

Conclusion

Calculation of displacement under external force. If we fixed K_d, K_L and increase F_y , That will make the horizontal displacement increase. If we fixed F_y and increase K_d, K_L , That will make the horizontal displacement increase too.

From figure1,

Acknowledgements

Wittayanukulnaree School and The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST) and Physics Division, Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat University, Thailand, for partial support of computer.

References

- Parker G.W. (1977). Projectile motion with air resistance quadratic in the speed. *American Journal of Physics*, 45 (7), page 605-610
- Jeffrey K. Leela et.al. (2009). Modelling Football Penalty Kicks. *Lat. Am. J. Phys. Educ.*, 3 (2), page 1-12
- Jeffrey K. Leela et.al. (2014). Modelling the flight characteristics of a soccer ball. *Department of Mathematic and statistics*, 8 (4), page 1-10
- Mehmet Pakdemirli. (2015). Determining the velocities and angles for a free kick problem. *Canadian Journal of Physics*, 93 (11), page 1-5
- Peter Chudinov et.al. (2017). Simple and convenient analytical formulas for studying the projectile motion in midair. *Revista Brasileira de Ensino de Fisica*, 40 (1), page 1-5
- Ping Wang et.al. (2018). Studies and simulation on the flight trajectories of spinning table tennis ball via high-speed camera vision tracking system. *Journal of sport engineering and technology*, page 1-17
- Maitra S.N. (2018). Projectile motion of a tennis ball hitting the court in Lawn tennis game. *Bulletin of the Marathwada Mathematica Society*, 11, page 33-37