การสร้างชุดฝึกการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

CONSTRUCTION OF LEARING PACKAGE WITH THE MATHEMATICAL INDUCTIONS THINKING FOR PROOF THE PYTHAGOREAN THEORY BY THE GEOMETER'S SKETCHPAD PROGRAMS (GSP).

อภิวัฒน์ คำภีระ

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนจากมหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์
ประเภททั่วไปประจำปีงบประมาณ 2556

การสร้างชุดฝึกการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

CONSTRUCTION OF LEARING PACKAGE WITH THE MATHEMATICAL INDUCTIONS THINKING FOR PROOF THE PYTHAGOREAN THEORY BY THE GEOMETER'S SKETCHPAD PROGRAMS (GSP).

อภิวัฒน์ คำภีระ

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนจากมหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์
ประเภททั่วไปประจำปีงบประมาณ 2556

นายอภิวัฒน์ คำภีระ. 2556. การสร้างชุดฝึกการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบท
ปีทาโกรัสแนวใหม่ ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP).
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชเพชรบูรณ์

บทคัดย่อ

การศึกษาการสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) พบว่าสามารถสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และรูปครึ่งวงกลมบนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ได้ทั้งหมดโดยการใช้เมนูสร้าง และเมนูการแปลง ยิ่งไปกว่านั้นยังเป็นการแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ที่กล่าวว่า "ผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก" โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

Mr. ABHIWAT KAMBHEERA. 2013. Construction of learing package with
the Mathematical inductions thinking for proof the Pythagorean theory by
the Geometer's sketchpad programs (GSP). Major of Mathematics.
Faculty of Science and technology. Phetchabun Rajabhat University.

ABSTRACT

Study construction geometric with length side of the regular polygon on the perpendicular and the hypotenuse by the Geometer's sketchpad programs (GSP). It can create geometry with length side of the regular polygon and a semicircle on perpendicular and the hypotenuse all precedes using generated menu and transformation menu. Furthermore shown by the Pythagorean Theorem proving new. "The sum of regular polygon areas on the perpendicular and the hypotenuse as to regular polygon areas on hypotenuse". When a and b is the length of the perpendicular of triangles and c is the length of hypotenuse.

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยเล่มนี้สำเร็จด้วยดี ด้วยความร่วมมือ และความช่วยเหลือจากสถาบันวิจัยและพัฒนาที่ติดตามความก้าวหน้าเป็นระยะอย่างต่อเนื่อง นักศึกษาหลักสูตรสาขาวิชาคณิตศาสตร์ และบุคลากรคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่อำนวยความสะดวกให้ความช่วยเหลือการประสานงานด้านต่าง ๆ และให้ความช่วยเหลือในการสืบค้นข้อมูล และข้อเท็จจริงต่าง ๆ และขอขอบคุณมหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ที่ให้การสนับสนุนทุนวิจัย ผู้วิจัยจึงขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

นายอภิวัฒน์ คำภีระ
13 มีนาคม 2557

สารบัญ

		หน้า
บทคัดย่อ		(ก)
กิตติกรรมประกาศ		(ค)
สารบัญ		(ง)
สารบัญภาพ		(ฉ)
บทที่ 1	**บทนำ**	**1**
	หลักการและเหตุผล	1
	คำถามโครงการวิจัยวิจัย	3
	วัตถุประสงค์โครงการวิจัย	3
	ขอบเขตของโครงการวิจัย	3
	ระยะเวลาโครงการวิจัย	3
	นิยามศัพท์เฉพาะ	3
	ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	4
บทที่ 2	**วรรณกรรมและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง**	**5**
	วรรณกรรมและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	5
	ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	6
บทที่ 3	**วิธีดำเนินการวิจัย**	**10**
	ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	10
	กำหนดเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	10
	รูปแบบโครงการวิจัย	10
	การวิเคราะห์ข้อมูล	19
บทที่ 4	**ผลการวิจัย**	**20**
	ผลของการสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	20
	การประเมินผลความคิดเห็นของผู้เข้าร่วมกิจกรรมโครงการวิจัย	22
	ผลการแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ โดยใช้รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)	24

สารบัญ (ต่อ)

		หน้า
บทที่ 5	**สรุปผลการวิจัย**	**28**
	สรุปผลของการสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	28
	สรุปผลของการสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก	28
	สรุปผลร้อยละของนักศึกษาที่แสดงกระบวนการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ในการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	29
	สรุปปัญหา และอุปสรรค ของโครงการวิจัย	30
บรรณานุกรม		**28**
ภาคผนวก		**32**
	ภาคผนวก ก ชุดการเรียนรู้ การสร้างบทพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)	33
	ภาคผนวก ข แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$	41
	ภาคผนวก ค มคอ.3 รายวิชา โปรแกรมสำเร็จรูปด้านคณิตศาสตร์ รหัสวิชา 4092701	127
	ภาคผนวก ง แบบสรุปองค์ความรู้จากงานวิจัย	138
ประวัติผู้วิจัย		**143**

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
2.1	แสดงรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่แนบในวงกลม	8
3.1	แสดงรูปสามเหลี่ยมบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก	11
3.2	แสดงรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก	12
3.3	แสดงรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก	13
3.4	แสดงรูปหกเหลี่ยมบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก	14
3.5	แสดงรูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก	15
3.6	แสดงรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก	16
3.7	แสดงรูปวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองและด้านตรงข้ามมุมฉาก	18
4.1	แสดงรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	20
4.2	แสดงรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	21
4.3	แสดงรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	21
4.4	แสดงรูปสามเหลี่ยมบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก	22
4.5	แสดงรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก	22
4.6	แสดงรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก	23
4.7	แสดงรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก	24
4.8	แสดงผลรวมของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง เท่ากับพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก	24
4.9	แสดงผลรวมของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง เท่ากับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก	24
4.10	แสดงผลรวมของพื้นที่รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง เท่ากับพื้นที่รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก	25

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
4.11	แสดงผลรวมของพื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง เท่ากับพื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก	25
4.12	แสดงผลรวมของพื้นที่รูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง เท่ากับพื้นที่รูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก	26
4.13	แสดงผลรวมของพื้นที่รูปแปดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง เท่ากับพื้นที่รูปแปดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก	26
4.14	แสดงผลรวมของพื้นที่รูปครึ่งวงกลมบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง เท่ากับพื้นที่รูปครึ่งวงกลมบนด้านตรงข้ามมุมฉาก	27

บทที่ 1
บทนำ

1.1 หลักการและเหตุผล

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 ได้ให้ความสำคัญกับการพัฒนาการเรียนการสอนโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่ง มาตรา 22 กำหนดไว้ว่า “การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด....” เป็นข้อความที่ผู้ประกอบวิชาชีพครูและอาจารย์ผู้สอน ทุกคนพึงตระหนักและให้ความสำคัญ ถ้าหากการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์เป็นหน้าที่โดยตรงของรัฐที่จะต้องรับผิดชอบทำให้พลเมืองของชาติ ทั้งคนสติปัญญาดี คนฉลาด คนพิการ และคนที่เป็นเด็กพิเศษ (มีภาวะออทิสติก) ให้เป็นคนที่มีคุณภาพดีขึ้นโดยไม่เลือกพัฒนาแต่เฉพาะคนฉลาด ปัญญาดี เท่านั้น การกำหนดมาตรา 22 จึงมุ่งเน้นให้มีการจัดการศึกษาที่ถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด ในทุกระดับ จึงเป็นจุดปรับเปลี่ยนที่สำคัญในการปฏิรูปการเรียนรู รองศาสตราจารย์ ประวิตร ชูศิลป์ กล่าวไว้ในบทความ เรื่อง หลักวิชาครู กับบางส่วนจาก พ.ร.บ. การศึกษาแห่งชาติ ตอนหนึ่งว่า “ครูที่รู้จักเลือกใช้สื่อการเรียนการสอนที่เหมาะสม ทำสิ่งที่เป็นนามธรรมให้ผู้เรียนเห็นเป็นรูปธรรมได้มากขึ้น รู้สึกซึ้งมากขึ้น และเรียนรู้อย่างมีความสุข ก็จะเป็นการจัดการเรียนการสอนที่ถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุดหรือผู้เรียนเป็นศูนย์กลางนั่นเอง”

ดังนั้น การพัฒนาบุคลากรที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนของคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเพื่อให้มีความพร้อมและมีความสามารถในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ นอกจากเป็นการปฏิบัติตามกฎหมายการศึกษาแล้ว ยังเป็นการปฏิรูปการเรียนการสอนของอาจารย์ผู้สอนคณิตศาสตร์-วิทยาศาสตร์ให้มีความสามารถในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญด้วยการนำเทคโนโลยีเข้าใช้ในชั้นเรียน มีการออกแบบและจัดการที่เหมาะสม เพื่อการส่งเสริมประสิทธิภาพการสอนของครูอีกด้วย

จากพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และฉบับแก้ไข พ.ศ. 2545 ได้ระบุถึงการปฏิรูปการเรียนการสอนที่ให้ใช้รูปแบบการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ให้เน้นการเรียนรู้ของผู้เรียน ให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์และพัฒนาให้เป็นผู้เรียนรู้ตลอดชีวิต คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเพชรบูรณ์ ได้ตระหนักถึงความสำคัญในการถ่ายทอดองค์ความรู้และเทคโนโลยี เพื่อพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์-วิทยาศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญให้แก่ อาจารย์ หรือ ครูผู้สอนคณิตศาสตร์-วิทยาศาสตร์ของคณะ ให้สามารถนำไปปรับใช้ให้เหมาะสมกับการเรียนการสอนของนักเรียน นักศึกษา เพื่อยกระดับผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาทางด้านคณิตศาสตร์-วิทยาศาสตร์ของนักเรียน นักศึกษาในจังหวัดเพชรบูรณ์และใกล้เคียง ให้สูงขึ้น กรอบกับวิสัยทัศน์มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ ที่ว่า “มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ เป็นแหล่งองค์ความรู้ทางวิชาการที่ส่งเสริมคุณภาพชีวิตของคนในสังคม บนพื้นฐานปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง” และวิสัยทัศน์ของคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่ว่า “มุ่งสู่มาตรฐานอุดมศึกษา สานคุณค่าอัตลักษณ์วิทยาศาสตร์ เพื่อเป็นแหล่งองค์ความรู้ของชุมชนอย่างยั่งยืน” ดังนั้น การสร้างองค์ความรู้จากความเชี่ยวชาญ และประการณ์โดยสร้างเอกสารวิชาการเพื่อบริการวิชาการ และการวิจัย จึงเป็นสิ่งจำเป็น

ที่ต้องพัฒนาขีดสมรรถนะของบุคลากรให้สอดคล้องตามวิสัยทัศน์ของมหาวิทยาลัย เพื่อให้บรรลุตามยุทธศาสตร์มหาวิทยาลัยข้อที่ 2 : สร้างและพัฒนาองค์ความรู้ โดยบูรณาการศาสตร์สากลกับภูมิปัญญาท้องถิ่น และยุทธศาสตร์คณะข้อที่ 2 : บริการวิชาการแก่ชุมชน สังคม ทำนุบำรุงศิลปวัฒนธรรม โดยการสร้างเครือข่ายและการมีส่วนร่วม รวมทั้งสืบสานและเผยแพร่โครงการอันเนื่องมาจากพระราชดำริ โดยต้องการให้เกิดผลลัพธ์บรรลุตาม กลยุทธ์ของคณะข้อที่ 5 : บริการวิชาการและวิชาชีพแก่ชุมชนและสังคมโดยเชื่อมโยงและบูรณาการบริการวิชาการแก่สังคม เข้ากับการเรียนการสอน การวิจัย หรือ การทำนุบำรุงศิลปวัฒนธรรม ซึ่งจะส่งเสริมให้ทรัพยากรบุคคลของคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มีการพัฒนาองค์ความรู้อย่างยั่งยืน มีการใช้และพัฒนานวัตกรรมการเรียนรู้ที่ประยุกต์ใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม ส่งเสริมการเรียนการสอนมากขึ้น

หลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิตบัณฑิตสาขาวิชาคณิตศาสตร์ มุ่งที่จะสร้างบัณฑิตคณิตศาสตร์ให้มีคุณภาพ สามารถดำเนินชีวิตด้วยปัญญา สามารถบูรณาการความรู้ ทักษะ และคุณธรรมจริยธรรมไปสู่การประกอบสัมมาอาชีพ การจัดการศึกษาและพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนดี คนเก่ง และมีทักษะจำเป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เพื่อจะเป็นผู้นำพาชุมชนและสังคมไทยพัฒนาไปสู่การพึ่งตนเองได้อย่างยั่งยืนและอยู่ร่วมกับสังคมโลกอย่างมีดุลยภาพ หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ได้ตระหนักถึงความสำคัญดังกล่าวจึงจัดให้มีการพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนหลักสูตรสาขาวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนานักศึกษาด้านคุณลักษณะเฉพาะและคุณลักษณะที่พึงประสงค์ของนักศึกษาหลักสูตรสาขาวิชาคณิตศาสตร์ในแต่ละปีการศึกษา อาทิ **ชั้นปีที่ 1** ให้นักศึกษามีสัมมาคารวะ เคารพผู้อาวุโส มีมนุษยสัมพันธ์กับเพื่อน ครูอาจารย์ และผู้บริหาร **ชั้นปีที่ 2** ให้นักศึกษามีความสามารถพื้นฐานในการใช้คอมพิวเตอร์เพื่อการพิมพ์ Font Math มีความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์พื้นฐานเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น เซต ตรรกศาสตร์ ฟังก์ชัน และการพิสูจน์เบื้องต้น **ชั้นปีที่ 3** ให้นักศึกษามีความสามารถในการสืบค้นวิทยาการทางคณิตศาสตร์ จาก Internet มีความสามารถในการถ่ายทอดเนื้อหาจากประสบการณ์ตรงแบบเผชิญหน้า **ชั้นปีที่ 4** ให้นักศึกษามีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ พิสูจน์ และเขียนอธิบายการพิสูจน์ได้ มีความสามารถพื้นฐานในการศึกษาค้นคว้าแบบโปรเจค (Project Based Learning) ทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการปรับตัวเข้ากับองค์กรนำความรู้ประสบการณ์ไปปรับใช้กับหน่วยงานองค์กรต่าง ๆ ทั้งภาครัฐและเอกชน และ มีความสามารถในการศึกษาค้นคว้าแบบโปรเจค (Project Based Learning) ทางคณิตศาสตร์เต็มรูปแบบ

สำหรับในด้านความรู้ ด้านทักษะทางปัญญา ด้านทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ และด้านทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสาร และการใช้เทคโนโลยี และ กิจกรรมวิชาการที่ส่งเสริมคุณลักษณะบัณฑิตที่พึงประสงค์ของหลักสูตรสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มุ่งดำเนินการส่งเสริมกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อให้นักศึกษาคณิตศาสตร์ได้เรียนรู้และมีพัฒนาการตามชั้นปี สอดคล้องกับการเรียนรู้ตามกรอบมาตรฐานคุณวุฒิระดับอุดมศึกษาแห่งชาติทั้ง 5 ด้าน ผู้วิจัยในฐานะหัวหน้าโครงการวิจัย เรื่อง การสร้างชุดฝึกการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ด้วยโปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) มีความประสงค์ที่จะสร้างชุดการฝึกการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ด้วยโปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) เพื่อการพัฒนาการเรียนรู้นักศึกษาสาขาวิชาทางด้านคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏ

เพชรบูรณ์ที่จะสร้างคุณค่าในการจัดการเรียนการสอนอย่างมีคุณภาพ และเพื่อให้เกิดการพัฒนากระบวนการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ ต่อไป

1.2 คำถามโครงการวิจัย

ชุดฝึกการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ จะทำให้ผู้ที่ศึกษาใช้กระบวนการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ได้

1.3 วัตถุประสงค์โครงการวิจัย

1) ศึกษาการสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และมีความยาวด้านของแต่ละรูปเท่ากับความยาวด้านประกอบมุมฉาก ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

2) ศึกษากระบวนการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์สู่ข้อสรุปทฤษฎีบทปีทาโกรัสที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

1.4 ขอบเขตของโครงการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร คือ นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

กลุ่มตัวอย่าง คือ นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3 จำนวน 13 คน

ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษา

ตัวแปรอิสระ คือ ชุดฝึกการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

ตัวแปรตาม คือ ร้อยละของผู้ที่มีกระบวนการคิดแบบอุนัยเชิงคณิตศาสตร์ ในการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

ข้อจำกัดของการศึกษา ความสัมพันธ์เชิงด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ที่มีความยาวด้านเท่ากับด้านประกอบมุมฉากความสัมพันธ์เชิงด้านรูป $c^2 = a^2 + b^2$

1.5 ระยะเวลาโครงการวิจัย

ระยะเวลาในการศึกษาวิจัยนี้ใช้เวลา 1 ปี โดยเริ่มจาก 1 ตุลาคม 2555 ถึง 30 กันยายน 2556

1.6 นิยามศัพท์เฉพาะ

1) การพิสูจน์ คือ การพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ โดยใช้กระบวนการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

2) ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ คือ ความสัมพันธ์เชิงด้าน ในรูป $c^2 = a^2 + b^2$ โดยใช้รูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และมีความยาวด้านของแต่ละรูปเท่ากับความยาวด้านประกอบมุมฉาก

3) นักศึกษา หมายถึง นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

4) โปรแกรมสำเร็จรูปด้านคณิตศาสตร์ คือ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

5) รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า คือ รูปหลายเหลี่ยมที่มีด้านแต่ละด้านเท่ากันทุกด้าน และมีมุมภายในเท่ากันทุกมุม

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1) ผู้เรียนสามารถสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าและมีความยาวด้านของแต่ละรูปเท่ากับความยาวของด้านประกอบมุมฉาก ด้วยชุดการสร้างจากโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ได้

2) ผู้เรียนค้นพบความสัมพันธ์เชิงด้าน จากรูป n เหลี่ยม ในรูป $c^2 = a^2 + b^2$ และสรุปความสัมพันธ์เชิงด้านของรูป n เหลี่ยม ในรูป $c^2 = a^2 + b^2$ โดยใช้กระบวนการคิดแบบอุปนัยได้

บทที่ 2
วรรณกรรมและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาครั้งนี้ เป็นการศึกษาการคิดแบบอุปนัยสำหรับการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) โดยสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าและมีความยาวด้านของแต่ละรูปเท่ากับความยาวของด้านประกอบมุมฉาก ซึ่งผู้ทำวิจัยได้ศึกษาวรรณกรรม งานวิจัยและแนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาและการอภิปรายผล ดังนี้

2.1 วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

2.1.1 ประเภทของสื่อการสอน

สื่อการเรียนการสอน หมายถึง ตัวกลางหรือช่องทางในการถ่ายทอดองค์ความรู้ทักษะประสบการณ์ จากแหล่งความรู้ไปสู่ผู้เรียน และทำให้เกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

ประเภทของสื่อการเรียนการสอน

1) สื่อการเรียนการสอนแบ่งตามคุณลักษณะ ได้ 4 ประเภท คือ

1.1 สื่อประเภทวัสดุ ได้แก่สไลด์ แผ่นใส เอกสาร ตำรา สารเคมี สิ่งพิมพ์ต่าง ๆ และคู่มือการฝึกปฏิบัติ

1.2 สื่อประเภทอุปกรณ์ ได้แก่ของจริง หุ่นจำลอง เครื่องเล่นเทปเสียง เครื่องเล่นวีดิทัศน์ เครื่องฉายแผ่นใสอุปกรณ์และเครื่องมือในห้องปฏิบัติการ

1.3 สื่อประเภทเทคนิคหรือวิธีการ ได้แก่การสาธิต การอภิปรายกลุ่ม การฝึกปฏิบัติการฝึกงาน การจัดนิทรรศการ และสถานการณ์จำลอง

1.4 สื่อประเภทคอมพิวเตอร์ ได้แก่คอมพิวเตอร์ช่วยสอน (CAI) การนำเสนอด้วยคอมพิวเตอร์ (Computer presentation) โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) การใช้ Intranet และ Internet เพื่อการสื่อสาร (Electronic mail: E-mail) และการใช้ WWW (World Wide Web)

ในการสร้างหรือผลิตสื่อส่วนใหญ่จะใช้กันในวงการทางด้านการศึกษาที่จะผลิตสื่อหรือ นวัตกรรมต่าง ๆ ช่วยเสริมการเรียนการสอน ซึ่งก่อนที่จะนำสื่อไปใช้จะมีผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบก่อน อาจมองข้ามในเรื่องการหาประสิทธิภาพของสื่อก่อนนำไปใช้ จึงขอแนะนำการหาประสิทธิภาพของสื่อ เพื่อให้เข้าใจและมองเห็นความสำคัญของสื่อหรือนวัตกรรมที่ผลิตออกมาว่ามีขั้นตอนอย่างไร

2.1.2 หลักการโดยทั่วไปในการสร้างสื่อ/นวัตกรรม ควรประกอบด้วย ขั้นตอนดังต่อไปนี้

1) ศึกษาแนวคิด หลักการ ทฤษฎี เกี่ยวกับสื่อ/นวัตกรรมประเภทนั้น ๆ

2) วิเคราะห์เนื้อหา/กลุ่มสาระการเรียนรู้ ที่จะนำมาสร้างสื่อ/นวัตกรรม อย่างเป็นระบบ/เป็นหมวดหมู่

3) ลงมือสร้างหรือผลิตสื่อ/นวัตกรรม ตามหลักการในข้อ 1

4) หาคุณภาพหรือประสิทธิภาพของสื่อ/นวัตกรรม จากผู้เชี่ยวชาญ และสื่อ/นวัตกรรมบางประเภทต้องมีการทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยจริง

5) ปรับปรุงคุณภาพหรือพัฒนาคุณภาพของสื่อ/นวัตกรรม สื่อ/นวัตกรรมบางประเภทอาจมีขั้นตอนรายละเอียดที่แตกต่างกันไปบ้าง

2.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.2.1 สูตรการหาพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

นิยาม 2.1 ให้ $n_1, n_2, ..., n_k$ เป็นความยาวด้านของรูปเรขาคณิต และ $c_1, c_2, ..., c_k$ เป็นขนาดมุมภายในของรูปเรขาคณิต จะเรียกรูปเรขาคณิตนี้ว่า รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ก็ต่อเมื่อ $n_1 = n_2 = ... = n_k$ และ $c_1 = c_2 = ... = c_k$ เมื่อ $n_1, n_2, ..., n_k$ และ $c_1, c_2, ..., c_k \in R$

นิยาม 2.2 วงกลมแนบในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า คือ เซตของจุดที่มีระยะห่างจากจุดคงที่เป็นระยะทางที่เท่ากันและมากที่สุด ที่บรรจุอยู่ภายในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

นิยาม 2.3 วงกลมมแนบนอกรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า คือ เซตของจุดที่มีระยะห่างจากจุดคงที่เป็นระยะทางที่เท่ากันและน้อยที่สุด ที่รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบรรจุอยู่ภายในนั้น

ทฤษฎีบท 2.1 พื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า คือ

$$\frac{n}{2}mr = \frac{1}{4}nm^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \quad \text{ตารางหน่วย}$$

เมื่อ n แทน จำนวนด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
m แทน ความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
r แทน รัศมีวงกลมแนบในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
R แทน รัศมีวงกลมมแนบนอกรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

กำหนดให้มุมภายในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า คือ $\frac{360^\circ}{n}$

B เป็นจุดศูนย์กลางวงกลมแนบนอกรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
$A\hat{B}C$ เป็นมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม
$\overline{BC}$ แทน รัศมีวงกลมแนบนอกรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งยาว R หน่วย
$\overline{BP}$ แทน รัศมีวงกลมแนบในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งยาว r หน่วย
$\overline{AC}$ แทน ความยาวด้านรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งยาว m หน่วย
$P\hat{B}C$ เป็นมุมที่เกิดจากรัศมีวงกลมแนบในตั้งฉากกับ $\overline{AC}$ ให้มีขนาดเป็น θ
จะได้ว่า $\theta = \frac{360^\circ/2}{n} = \frac{180^\circ}{n}$

พิสูจน์ จะแสดงว่า $r = \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$

$$\tan\theta = \frac{m/2}{r}$$

$$\therefore \quad r = \frac{m/2}{\tan\theta} = \frac{m}{2}\cdot\cot\theta$$

นั่นคือ $$r = \frac{m}{2}\cdot\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \qquad \ldots\ldots\ldots (1)$$

จากพื้นที่รูปสามเหลี่ยม $= \frac{1}{2}\times m\times r$ ตารางหน่วย

จาก (1) จะได้ว่าพื้นที่รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

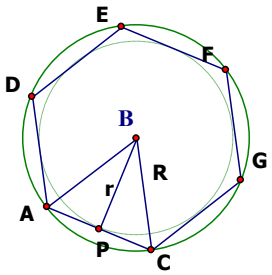
$$= \frac{1}{2}\times n\times m\times\frac{m}{2}\cdot\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{4}\times nm^2\cdot\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

นั่นคือ พื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

$$= \frac{1}{4}nm^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \text{ ตารางหน่วย}$$ ⊘

ตัวอย่างที่ 2.1 กำหนดให้ ADEFGC เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม ดังภาพ มีความยาวของด้านทุกด้านยาวด้านละ 2 เซนติเมตร ถ้า B เป็นจุดศูนย์กลางวงกลมแนบในรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่านี้ และ $B \perp P$ เป็นมีระยะทาง 1.732 เซนติเมมตร จงหาพื้นที่ของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่านี้



ภาพที่ 2.1 แสดงรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่แนบในวงกลม

วิธีทำ 1. จะแสดงการหาพื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

โดยแบ่งรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ออกเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ทั้งหมด 6 รูป

จาก พื้นที่รูปสามเหลี่ยม $= \frac{1}{2} \times AC \times BP$ ตารางหน่วย

จะได้ พื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า $= \left(\frac{1}{2} \times AC \times BP \right) \times 6$ ตารางหน่วย

แทนค่า $= \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 1.732 \right) \times 6$

$= 1.73 \times 6$

$\therefore$ พื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า $= 10.39$ ตารางหน่วย (1)

2. จะแสดงการหาพื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยทฤษฎีบทที่ 2.1

จะได้ว่าพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

$= \frac{1}{4} nm^2 \cot \left(\frac{180^\circ}{n} \right)$ ตารางหน่วย

แทนค่า $= \frac{1}{4} \times 6(2)^2 \cot \left(\frac{180^\circ}{6} \right)$

$= 6 \cot \left(\frac{180^\circ}{6} \right)$

$= 6 \times 1.732$

$\therefore$ พื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า $= 10.39$ ตารางหน่วย (2)

จาก (1) และ (2) แสดงได้อย่างชัดเจนว่าพื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ารูปนี้มีพื้นที่เท่ากับ 10.39 ตารางหน่วย ⊘

2.2.2 สูตรการหาพื้นที่ของรูปครึ่งวงกลม

สูตรพื้นที่รูปครึ่งวงกลมคือ

$$\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{\pi x^2}{4}; x \text{ แทน เส้นผ่านศูนย์กลางของด้านของรูปวงกลม}$$

2.2.3 มุมภายในของรูป n เหลี่ยม

มุมภายในของรูป n เหลี่ยมจะมีขนาดเท่ากับ $(n-2) \times 180°$

มุมภายในแต่ละมุมของรูป n เหลี่ยมจะมีขนาดเท่ากับ $\frac{(n-2)}{n} \times 180°$

2.2.4 ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่

ผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก สามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ในการศึกษาครั้งนี้ เป็นการศึกษาการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ที่นำไปสู่กระบวนการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ ของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาการสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และมีความยาวด้านของแต่ละรูปเท่ากับความยาวด้านประกอบมุมฉาก ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) และเพื่อศึกษากระบวนการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์สู่ข้อสรุปทฤษฎีบทปีทาโกรัสที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนการวิจัย ดังนี้

3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1) **ประชากร คือ** นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

2) **กลุ่มตัวอย่าง คือ** นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3 จำนวน 13 คน

3.2 กำหนดเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัย ใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลดังนี้

1) แผนการดำเนินโครงการวิจัย

2) แบบบันทึกการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า จากการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

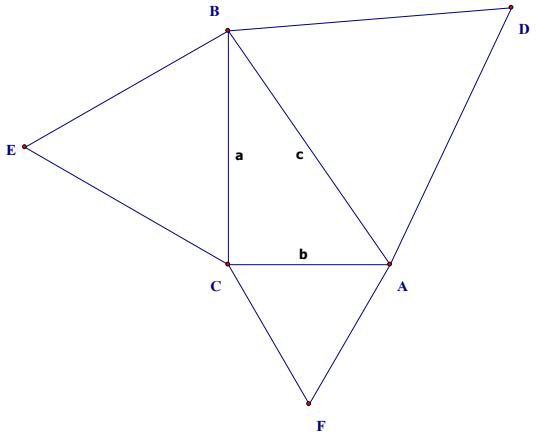
3) แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

3.3 รูปแบบโครงการวิจัย

3.3.1 การพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่

ทฤษฎีบทปีทาโกรัส กล่าวว่า "ผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก" โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก สามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ซึ่งสามารถแสดงได้โดยใช้รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ดังกรณี ต่อไปนี้

กรณีที่ 1 การแสดงความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉากโดยที่ $\triangle BCE, \triangle ACF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่อยู่บนด้านประกอบมุมฉาก มีความยาวด้านเท่ากับ a และ b หน่วย ตามลำดับ และ $\triangle ABD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่อยู่บนด้านตรงข้ามมุมฉาก มีความยาวด้านเท่ากับ c หน่วย ดังภาพที่ 3.3.1



ภาพที่ 3.1 แสดงรูปสามเหลี่ยมบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก

พิสูจน์ จะแสดงว่า พื้นที่ $\triangle BCE$ + พื้นที่ $\triangle ACF$ = พื้นที่ $\triangle ABD$ และมีความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$

จาก สูตรพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือ $\frac{1}{4}m^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{3}\right)$ ตารางหน่วย

จะได้ว่า พื้นที่ $\triangle BCE$ + พื้นที่ $\triangle ACF$ = พื้นที่ $\triangle ABD$

$$\frac{1}{4}a^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{3}\right)+\frac{1}{4}b^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{3}\right)=\frac{1}{4}c^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{3}\right)$$

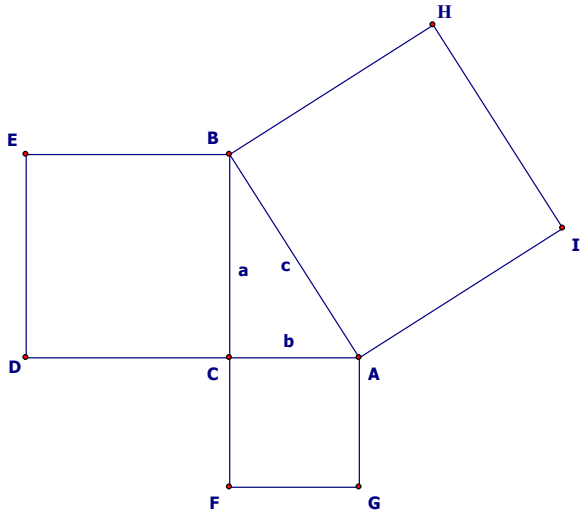
$$a^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{3}\right)+b^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{3}\right)=c^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{3}\right)$$

$\therefore$ $$a^2+b^2=c^2$$

นั่นคือ ผลรวมของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

⦸

กรณีที่ 2 การแสดงความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก โดยที่ $\square BCDE, \square ACFG$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าอยู่บนด้านประกอบมุมฉาก มีความยาวด้านเท่ากับ a และ b หน่วย ตามลำดับ และ $\square ABHI$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าที่อยู่บนด้านตรงข้ามมุมฉาก มีความยาวด้านเท่ากับ c หน่วย ดังภาพที่ 3.3.2



ภาพที่ 3.2 แสดงรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองและด้านตรงข้ามมุมฉาก

พิสูจน์ จะแสดงว่าพื้นที่ $\square BCDE$ + พื้นที่ $\square ACFG$ = พื้นที่ $\square ABHI$

และมีความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$

จาก สูตรพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านเท่า คือ $\frac{1}{4}4m^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{4}\right)$ ตารางหน่วย

จะได้ว่า

จะแสดงว่าพื้นที่ $\square BCDE$ + พื้นที่ $\square ACFG$ = พื้นที่ $\square ABHI$

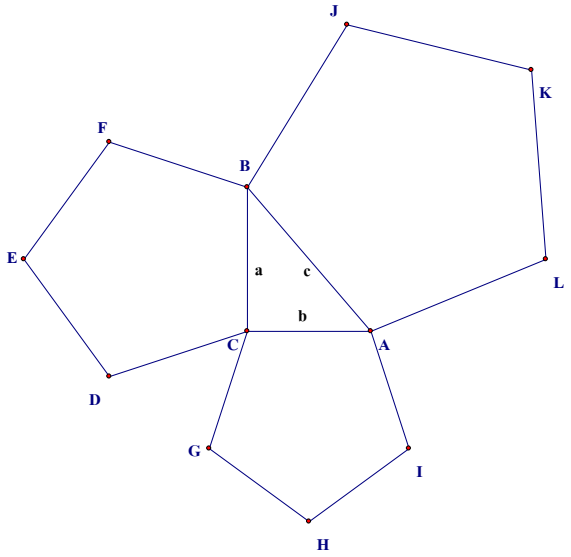
$$\frac{1}{4}4a^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{4}\right) + \frac{1}{4}4b^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{4}\right) = \frac{1}{4}4c^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{4}\right)$$

$$a^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{4}\right) + b^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{4}\right) = c^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{4}\right)$$

$$\therefore \quad a^2 + b^2 = c^2$$

นั่นคือ ผลรวมของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก ⊘

กรณีที่ 3 การแสดงความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก โดยที่ ⬟ BCDEF, ⬟ ACGHI เป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่าที่อยู่บนด้านประกอบมุมฉาก มีความยาวด้านเท่ากับ a และ b หน่วย ตามลำดับ และ ⬟ ABJKL เป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่าที่อยู่บนด้านตรงข้ามมุมฉาก มีความยาวด้านเท่ากับ c หน่วย ดังภาพที่ 3.3.3



ภาพที่ 3.3 แสดงรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองและด้านตรงข้ามมุมฉาก

พิสูจน์ จะแสดงว่าพื้นที่ ⬟ BCDEF + พื้นที่ ⬟ ACGHI = พื้นที่ ⬟ ABJKL

และมีความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$

จาก สูตรพื้นที่รูปห้าเหลี่ยม คือ $\frac{1}{4}5m^2\cot\left(\frac{180^\circ}{5}\right)$ ตารางหน่วย

จะได้ว่า

พื้นที่ ⬟ BCDEF + พื้นที่ ⬟ ACGHI = พื้นที่ ⬟ ABJKL

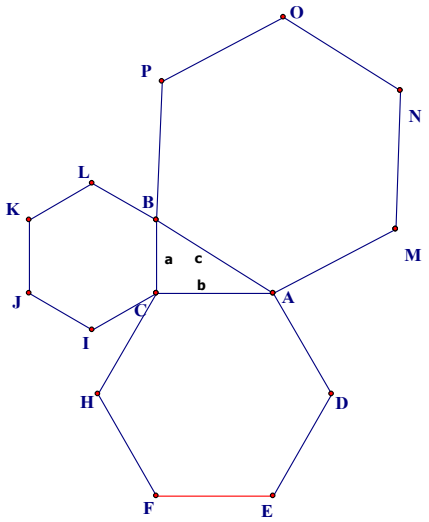
จะได้ $\frac{1}{4}5a^2\cot\left(\frac{180^\circ}{5}\right)+\frac{1}{4}5b^2\cot\left(\frac{180^\circ}{5}\right)=\frac{1}{4}5c^2\cot\left(\frac{180^\circ}{5}\right)$

$$a^2\cot\left(\frac{180^\circ}{5}\right)+b^2\cot\left(\frac{180^\circ}{5}\right)=c^2\cot\left(\frac{180^\circ}{5}\right)$$

$\therefore$ $$a^2+b^2=c^2$$

นั่นคือ ผลรวมของพื้นที่ของรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองจะเท่ากับพื้นที่ของรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก ⦸

กรณีที่ 4 การแสดงความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยรูปหกเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก โดยที่ ⬣ BIJKL , ⬣ ACHFED เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่าที่อยู่บนด้านประกอบมุมฉาก มีความยาวด้านเท่ากับ a และ b หน่วย ตามลำดับ และ ⬣ BAMNPO เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่าที่อยู่บนด้านตรงข้ามมุมฉาก มีความยาวด้านเท่ากับ c หน่วย ดังภาพที่ 3.3.4



ภาพที่ 3.4 แสดงรูปหกเหลี่ยมบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก

พิสูจน์ จะแสดงว่า พื้นที่ ⬣ BIJKL + พื้นที่ ⬣ ACHFED = พื้นที่ ⬣ BAMNPO

และมีความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$

จาก สูตรพื้นที่รูปหกเหลี่ยม คือ $\frac{1}{4}6m^2\cot\left(\frac{180^\circ}{6}\right)$ ตารางหน่วย

จะได้ว่า พื้นที่ ⬣ BIJKL + พื้นที่ ⬣ ACHFED = พื้นที่ ⬣ BAMNPO

จะได้ $$\frac{1}{4}6a^2\cot\left(\frac{180^\circ}{6}\right)+\frac{1}{4}6b^2\cot\left(\frac{180^\circ}{6}\right)=\frac{1}{4}6c^2\cot\left(\frac{180^\circ}{6}\right)$$

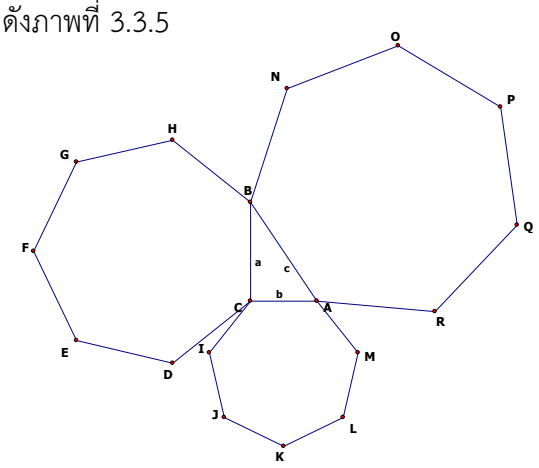
$$a^2\cot\left(\frac{180^\circ}{6}\right)+b^2\cot\left(\frac{180^\circ}{6}\right)=c^2\cot\left(\frac{180^\circ}{6}\right)$$

$\therefore$ $$a^2+b^2=c^2$$

นั่นคือ ผลรวมของพื้นที่ของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

⦸

กรณีที่ 5 การแสดงความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยรูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก โดยที่ $BCDEFGH$, $ACIJKLM$ เป็นรูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่าที่อยู่บนด้านประกอบมุมฉาก มีความยาวด้านเท่ากับ a และ b หน่วย ตามลำดับ และ $ABNOPQR$ เป็นรูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่าที่อยู่บนด้านตรงข้ามมุมฉาก มีความยาวด้านเท่ากับ c หน่วย ดังภาพที่ 3.3.5



ภาพที่ 3.5 แสดงรูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองและด้านตรงข้ามมุมฉาก

พิสูจน์ จะแสดงว่า

พื้นที่ของรูปเจ็ดเหลี่ยม $BCDEFGH$ + พื้นที่ของรูปเจ็ดเหลี่ยม $ACIJKLM$ = พื้นที่ของรูปเจ็ดเหลี่ยม $ABNOPQR$ และมีความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$

จาก สูตรพื้นที่รูปเจ็ดเหลี่ยม คือ $\frac{1}{4}7m^2\cot\left(\frac{180^\circ}{7}\right)$ ตารางหน่วย

จะได้ว่า

พื้นที่ของรูปเจ็ดเหลี่ยม $BCDEFGH$ + พื้นที่ของรูปเจ็ดเหลี่ยม $ACIJKLM$ = พื้นที่ของรูปเจ็ดเหลี่ยม $ABNOPQR$

จะได้ $$\frac{1}{4}7a^2\cot\left(\frac{180^\circ}{7}\right)+\frac{1}{4}7b^2\cot\left(\frac{180^\circ}{7}\right)=\frac{1}{4}7c^2\cot\left(\frac{180^\circ}{7}\right)$$

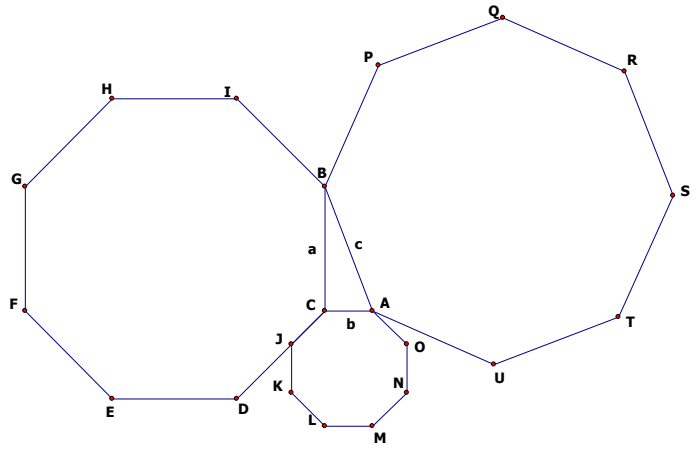
$$a^2\cot\left(\frac{180^\circ}{7}\right)+b^2\cot\left(\frac{180^\circ}{7}\right)=c^2\cot\left(\frac{180^\circ}{7}\right)$$

$\therefore$ $$a^2+b^2=c^2$$

นั่นคือ ผลรวมของพื้นที่ของรูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองจะเท่ากับพื้นที่ของรูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

⦸

กรณีที่ 6 การแสดงความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก โดยที่ BCDEFGHI, ACJKLMNO เป็นรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่าที่อยู่บนด้านประกอบมุมฉาก มีความยาวด้านเท่ากับ a และ b หน่วย ตามลำดับ และ ABPQRSTU เป็นรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่าที่อยู่บนด้านตรงข้ามมุมฉาก มีความยาวด้านเท่ากับ c หน่วย ดังภาพที่ 3.3.6



ภาพที่ 3.6 แสดงรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองและด้านตรงข้ามมุมฉาก

พิสูจน์ จะแสดงว่า

พื้นที่ของรูปแปดเหลี่ยม BCDEFGHI + พื้นที่ของรูปแปดเหลี่ยม ACJKLMNO = พื้นที่ของรูปแปดเหลี่ยม ABPQRSTU

และมีความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$

จาก สูตรพื้นที่รูปแปดเหลี่ยม คือ $\frac{1}{4}8m^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{8}\right)$ ตารางหน่วย

จะได้ว่า

พื้นที่ของรูปแปดเหลี่ยม BCDEFGHI + พื้นที่ของรูปแปดเหลี่ยม ACJKLMNO = พื้นที่ของรูปแปดเหลี่ยม ABPQRSTU

จะได้ $$\frac{1}{4}8a^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{8}\right) + \frac{1}{4}8b^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{8}\right) = \frac{1}{4}8c^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{8}\right)$$

$$a^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{8}\right) + b^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{8}\right) = c^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{8}\right)$$

$\therefore$ $$a^2 + b^2 = c^2$$

นั่นคือ ผลรวมของพื้นที่ของรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองจะเท่ากับพื้นที่ของรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

⦸

กรณีที่ 7 การแสดงความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ โดยรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยมีด้านอยู่บนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ที่มีความยาวด้านเท่ากับ a และ b หน่วย ตามลำดับ c หน่วย

เมื่อกำหนดให้

A_1 แทน รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความยาวด้านแต่ละด้านเท่ากับ a หน่วย

A_2 แทน รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความยาวด้านแต่ละด้านเท่ากับ b หน่วย

A_3 แทน รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความยาวด้านแต่ละด้านเท่ากับ c หน่วย

แล้ว

พิสูจน์ จะแสดงว่า $A_1 + A_2 = A_3$

และมีความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$

จาก สูตรพื้นที่รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า $= \frac{n}{4}s^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$ ตารางหน่วย

จะได้ว่า $$\frac{n}{4}a^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right) + \frac{n}{4}b^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = \frac{n}{4}c^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$na^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right) + nb^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = nc^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

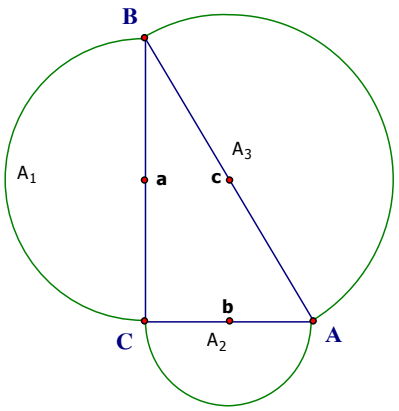
$$a^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right) + b^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = c^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$\therefore$ $$a^2 + b^2 = c^2$$

นั่นคือ ผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

⊘

กรณีที่ 8 ความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยใช้รูปครึ่งวงกลมโดยมีเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปวงกลมบนประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ที่มีความยาวด้านเท่ากับ a และ b หน่วย ตามลำดับ c หน่วย ตามลำดับ ดังภาพที่ 3.3.6



ภาพที่ 3.7 แสดงรูปวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองและด้านตรงข้ามมุมฉาก

พิสูจน์ จะแสดงว่า

พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลม A_1 + พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลม A_2 = พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลม A_3

และมีความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$

จาก สูตรพื้นที่รูปครึ่งวงกลม คือ

$$\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{\pi x^2}{4}; x \text{ แทน เส้นผ่านศูนย์กลางของด้านของรูปวงกลม}$$

จะได้ว่า

พื้นที่รูปครึ่งวงกลม A_1 + พื้นที่รูปครึ่งวงกลม A_2 = พื้นที่รูปครึ่งวงกลม A_3

จะได้ $$\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \pi\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$\pi\frac{a^2}{4} + \pi\frac{b^2}{4} + = \pi\frac{c^2}{4}$$

$\therefore$ $$a^2 + b^2 = c^2$$

นั่นคือ ผลรวมของพื้นที่ของครึ่งวงกลมบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูปครึ่งวงกลมบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

⦸

จากการแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสเห็ได้ชัดเจนว่าสามารถเขียนผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมที่มีความยาวด้านเท่ากับด้านประกอบมุมฉากทั้งสองรูป เท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมที่มีความยาวเท่ากับด้านตรงข้ามมุมฉากให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ได้

3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

3.4.1 ร้อยละของนักศึกษาที่แสดงการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า จากการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ได้

3.4.2 ร้อยละของนักศึกษาที่แสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

บทที่ 4
ผลการวิจัย

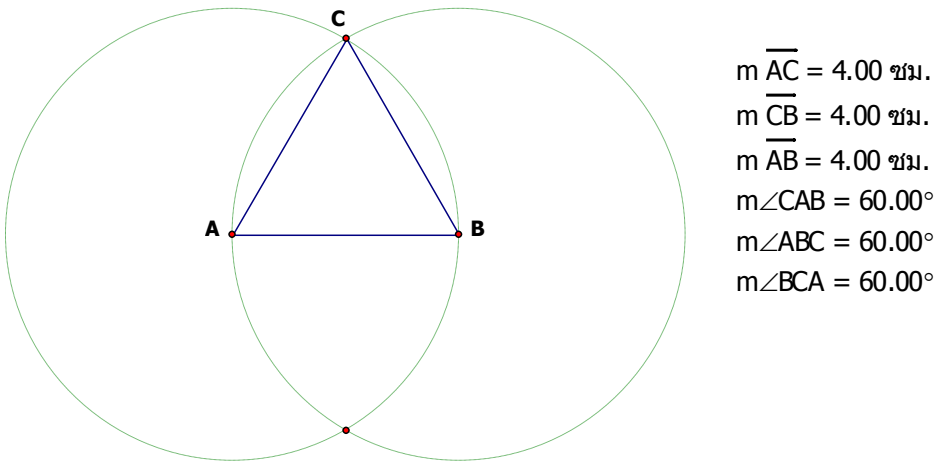
การศึกษาการสร้างชุดฝึกการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) มีผลการทดลอง เป็นดังนี้

4.1 ผลของการสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

การสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และมีความยาวด้านของแต่ละรูปเท่ากับความยาวด้านประกอบมุมฉาก ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นดังนี้

4.1.1 ผลการสร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

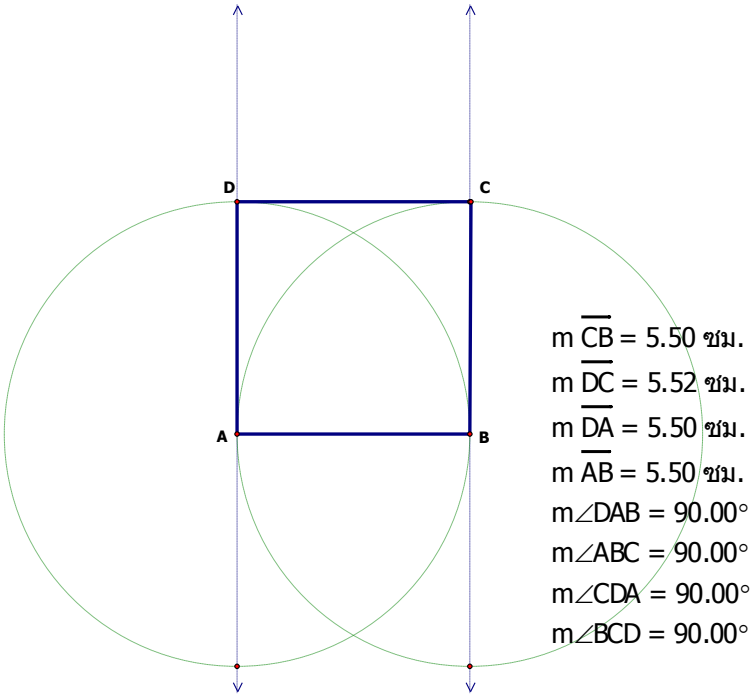
การสร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า สามารถทำได้โดยกำหนดส่วนของเส้นตรง AB จากนั้นเลือกจุด A และจุด B ตามลำดับ เลือกเมนูสร้าง เลือกคำสั่ง สร้างวงกลมจากจุดศูนย์กลางและรัศมี เลือกเส้นรอบวงกลมทั้งสอง เลือกเมนูสร้าง เลือกคำสั่งจุดตัด จะได้จุด C เป็นจุดตัดของวงกลมและเป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ดังภาพ 4.1



ภาพ 4.1 แสดงรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

4.1.2 ผลการสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

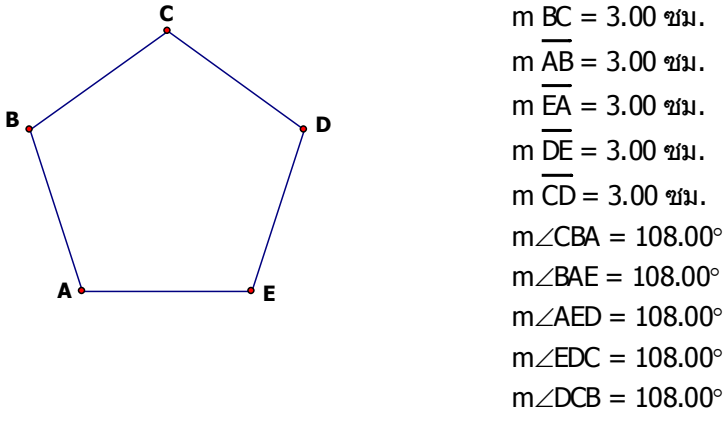
การสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า สารมารถทำได้โดยกำหนดส่วนของเส้นตรง AB จากนั้นเลือกจุด A และจุด B ตามลำดับ เลือกเมนูสร้าง เลือกคำสั่ง สร้างวงกลมจากจุดศูนย์กลางและรัศมี เลือกจุก A จุด B และส่วนของเส้นตรง AB ตามลำดับ เลือกเมนูสร่าง เลือกคำสั่งสร้างส้นตั้งฉาก เลือกเส้นรอบวงกลมทั้งสอง เลือกเมนูสร้าง เลือกคำสั่งจุดตัด จะได้จุด C และจุด D และเป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ดังภาพ 4.2



ภาพ 4.2 แสดงรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

4.1.3 ผลการสร้างรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

การสร้างรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า สารมารถทำได้โดย เลือกเมนูกราฟ เลือกคำสั่งพารามิเตอร์ ตั้งชื่อ a กำหนดหน่วยเป็นเซ็นติเมตร จุด A และเลือกจุด A และพารามิเตอร์ a เลือกเมนูการแปลง เลือกคำสั่งเลื่อนขนาน ตั้งชื่อจุดที่ได้จากการเลื่อนขนานเป็น จุด B ระบุจุด B เป็นจุดศูนย์กลาง เลือกเมนูการแปลง เลือกคำสั่งหมุน กำหนดมุมที่ต้องการหมุนเป็น 108 องศา(มุมภายในรูปห้าเหลี่ยมเท่ากับ 108 องศา) จะได้จุด C การสร้างจุด D และ จุด E ก็ทำในลักษณะเดียวกับการสร้างจุด C และจุดD ดังภาพ 4.3

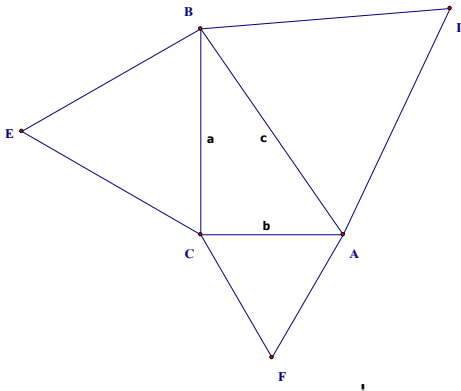


ภาพ 4.3 แสดงรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

การสร้างรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า รูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ไปจนถึงรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ก็ทำในลักษณะเดียวกับการสร้างรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยเปลี่ยนเฉพาะขั้นตอนการสร้างที่ใช่คำสั่งการหมุน ให้กำหนดองศาการหมุนตามมุมภายในของรูป n ด้านเท่ามุมเท่านั้นๆ

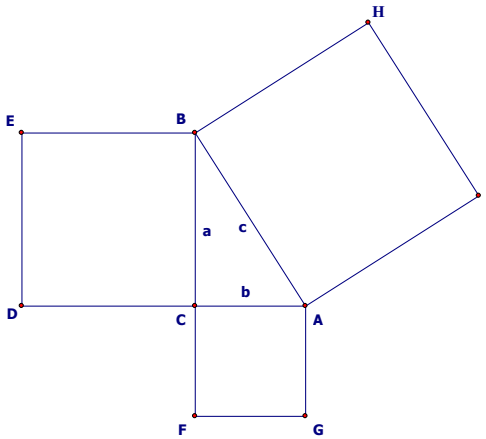
4.2 ผลของการสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก

การสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉากทำได้โดยระบุจุด B เป็นจุดศูนย์ศูนย์กลาง เลือกจุด C เลือกเมนูการแปลง เลือกคำสั่งหมุน ระบุมุมที่ต้องการสร้าง ตามมุมภายในของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เลือกจุดยอด เลือกเมนูสร้าง เลือกคำสั่งส่วนของเส้นตรง จะได้รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่ต้องการ ส่วนการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า บนด้านที่เหลือ สามารถทำได้โดยใช้คำสั่งข้างต้น แสดงตัวอย่างได้ดังภาพ 4.4 – 4.7



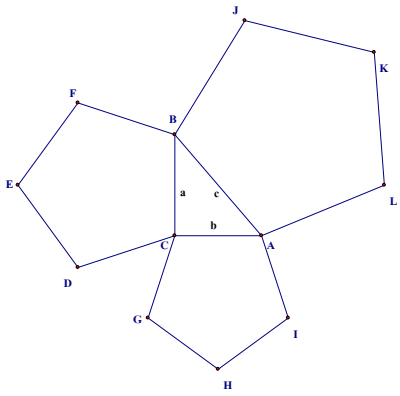
a = 6.25 ซม. b = 4.25 ซม. c = 7.56 ซม.
m $\overline{EB}$ = 6.25 ซม. m $\overline{CF}$ = 4.25 ซม. m $\overline{BD}$ = 7.56 ซม.
m $\overline{CE}$ = 6.25 ซม. m $\overline{AF}$ = 4.25 ซม. m $\overline{DA}$ = 7.56 ซม.
m∠BCE = 60.00° m∠CAF = 60.00° m∠ABD = 60.00°
m∠CEB = 60.00° m∠ACF = 60.00° m∠BAD = 60.00°
m∠EBC = 60.00° m∠AFC = 60.00° m∠ADB = 60.00°

ภาพที่ 4.4 แสดงรูปสามเหลี่ยมบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองและด้านตรงข้ามมุมฉาก



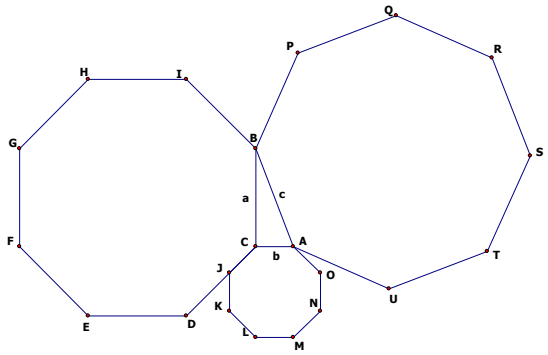
a = 4.44 ซม. b = 2.82 ซม. c = 5.26 ซม.
m $\overline{EB}$ = 4.44 ซม. m $\overline{AG}$ = 2.82 ซม. m $\overline{BH}$ = 5.26 ซม.
m $\overline{ED}$ = 4.44 ซม. m $\overline{GF}$ = 2.82 ซม. m $\overline{HI}$ = 5.26 ซม.
m $\overline{CD}$ = 4.44 ซม. m $\overline{FC}$ = 2.82 ซม. m $\overline{IA}$ = 5.26 ซม.
m∠BED = 90.00° m∠ACF = 90.00° m∠ABH = 90.00°
m∠EDC = 90.00° m∠CFG = 90.00° m∠BHI = 90.00°
m∠DCB = 90.00° m∠FGA = 90.00° m∠IAB = 90.00°
m∠CBE = 90.00° m∠GAC = 90.00° m∠AIH = 90.00°

ภาพที่ 4.5 แสดงรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองและด้านตรงข้ามมุมฉาก



a = 3.72 ซม. b = 3.17 ซม.
m $\overline{BF}$ = 3.72 ซม. m $\overline{AI}$ = 3.17 ซม.
m $\overline{FE}$ = 3.72 ซม. m $\overline{IH}$ = 3.17 ซม.
m $\overline{ED}$ = 3.72 ซม. m $\overline{HG}$ = 3.17 ซม.
m $\overline{DC}$ = 3.72 ซม. m $\overline{GC}$ = 3.17 ซม.
m∠BCD = 108.00° m∠CAI = 108.00°
m∠CBF = 108.00° m∠ACG = 108.00°
m∠CDE = 108.00° m∠CGH = 108.00°
m∠DEF = 108.00° m∠GHI = 108.00°
m∠EFB = 108.00° m∠HIA = 108.00°

ภาพที่ 4.6 แสดงรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองและด้านตรงข้ามมุมฉาก



a = 3.25 ซม. b = 1.25 ซม.
m $\overline{IB}$ = 3.25 ซม. m $\overline{JC}$ = 1.25 ซม.
m $\overline{IH}$ = 3.25 ซม. m $\overline{KJ}$ = 1.25 ซม.
m $\overline{HG}$ = 3.25 ซม. m $\overline{LK}$ = 1.25 ซม.
m $\overline{GF}$ = 3.25 ซม. m $\overline{ML}$ = 1.25 ซม.
m $\overline{FE}$ = 3.25 ซม. m $\overline{NM}$ = 1.25 ซม.
m $\overline{ED}$ = 3.25 ซม. m $\overline{ON}$ = 1.25 ซม.
m $\overline{DC}$ = 3.25 ซม. m $\overline{AO}$ = 1.25 ซม.
m∠BCD = 135.00° m∠OAC = 135.00°
m∠CDE = 135.00° m∠ACJ = 135.00°
m∠DEF = 135.00° m∠CJK = 135.00°
m∠EFG = 135.00° m∠JKL = 135.00°
m∠FGH = 135.00° m∠KLM = 135.00°
m∠GHI = 135.00° m∠LMN = 135.00°
m∠HIB = 135.00° m∠MNO = 135.00°
m∠IBC = 135.00° m∠NOA = 135.00°

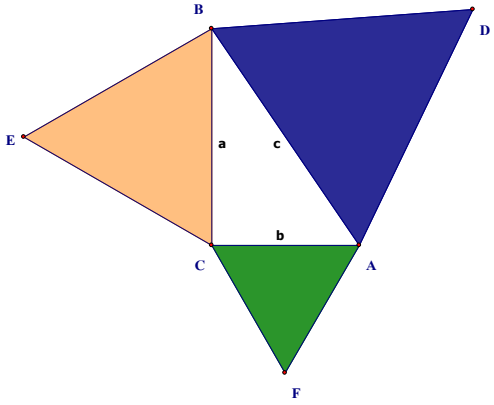
ภาพที่ 4.7 แสดงรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองและด้านตรงข้ามมุมฉาก

สำหรับการสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าจนถึงรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก สามารถสร้างได้โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ได้ทั้งหมด ด้วยคำสั่งในลักษณะเดียวกับการสร้างข้างต้น

4.3 ผลการแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ โดยใช้รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

4.3.1 การแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

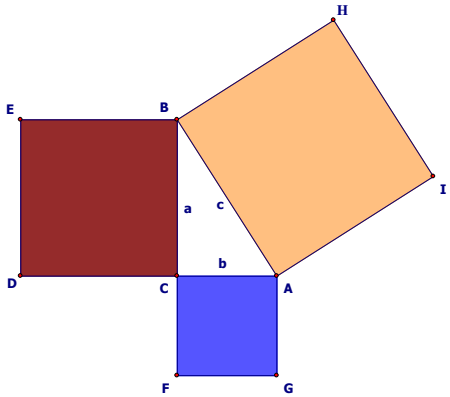
กรณีที่ 1 การแสดงความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก ดังภาพที่ 4.8



พื้นที่ Δ CFA = 7.814 ซม.^{2}
พื้นที่ Δ BEC = 16.904 ซม.^{2}
พื้นที่ Δ ADB = 24.718 ซม.^{2}
(พื้นที่ Δ CFA)+(พื้นที่ Δ BEC) = 24.718 ซม.^{2}

ภาพที่ 4.8 แสดงผลรวมของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองเท่ากับพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

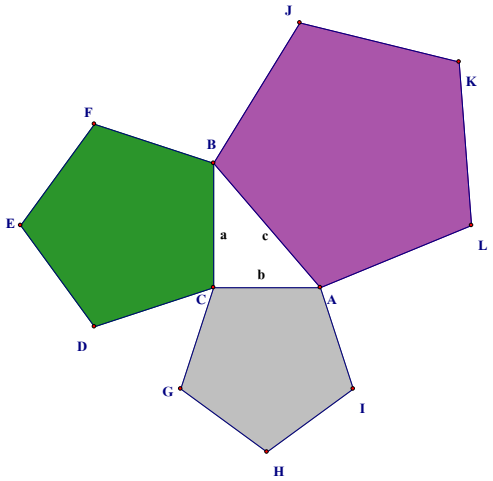
กรณีที่ 2 ความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยใช้รูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก ดังภาพที่ 4.9



พื้นที่ CAGF = 7.97 ซม.^{2}
พื้นที่ BEDC = 19.71 ซม.^{2}
พื้นที่ HIAB = 27.69 ซม.^{2}
(พื้นที่ CAGF)+(พื้นที่ BEDC) = 27.69 ซม.^{2}

ภาพที่ 4.9 แสดงผลรวมของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองเท่ากับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

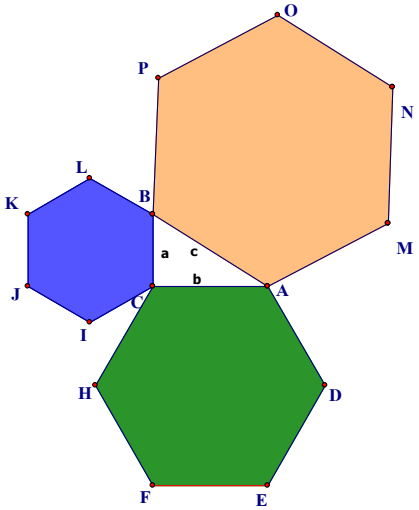
กรณีที่ 3 ความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยใช้รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก ดังภาพที่ 4.10



พื้นที่ DCBFE = 23.86 ซม.^{2}
พื้นที่ CGHIA = 17.27 ซม.^{2}
(พื้นที่ DCBFE)+(พื้นที่ CGHIA) = 41.13 ซม.^{2}
พื้นที่ ALKJB = 41.13 ซม.^{2}

ภาพที่ 4.10 แสดงผลรวมของพื้นที่รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองเท่ากับพื้นที่รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

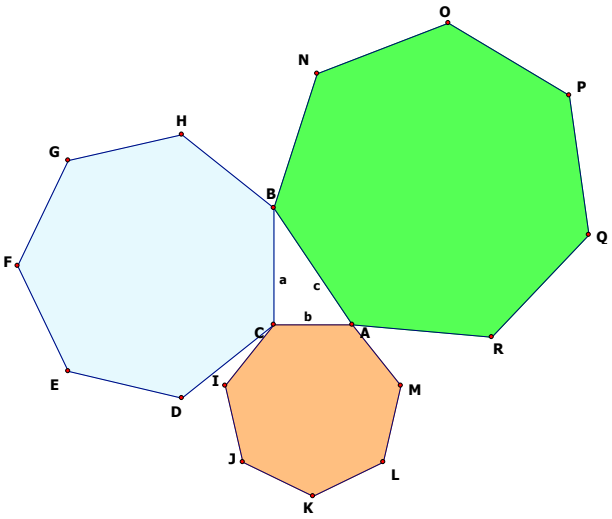
กรณีที่ 4 ความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยใช้รูปหกเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง ดังภาพที่ 4.11



พื้นที่ BLKJIC = 7.51 ซม.^{2}
พื้นที่ CHFEDA = 18.94 ซม.^{2}
(พื้นที่ BLKJIC)+(พื้นที่ CHFEDA) = 26.45 ซม.^{2}
พื้นที่ BPONMA = 26.45 ซม.^{2}

ภาพที่ 4.11 แสดงผลรวมของพื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองเท่ากับพื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

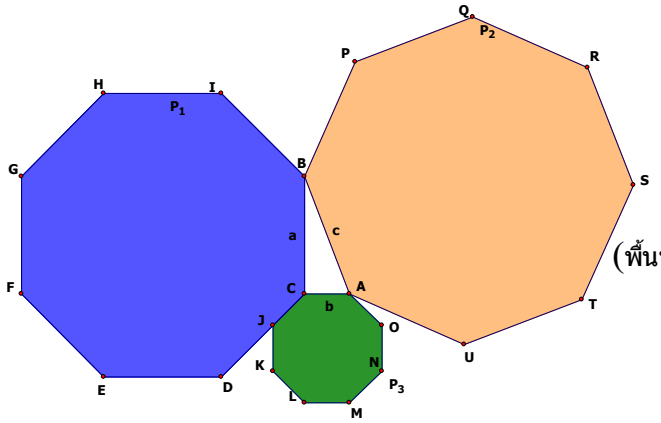
กรณีที่ 5 ความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยใช้รูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก ดังภาพที่ 4.12



พื้นที่ P_1 = 14.54 ซม.^{2}
พื้นที่ P_3 = 32.70 ซม.^{2}
พื้นที่ P_2 = 47.24 ซม.^{2}
(พื้นที่ P_1)+(พื้นที่ P_3) = 47.24 ซม.^{2}

ภาพที่ 4.12 แสดงผลรวมของพื้นที่รูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองเท่ากับพื้นที่รูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

กรณีที่ 6 ความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยใช้รูปแปดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉาก ดังภาพที่ 4.13

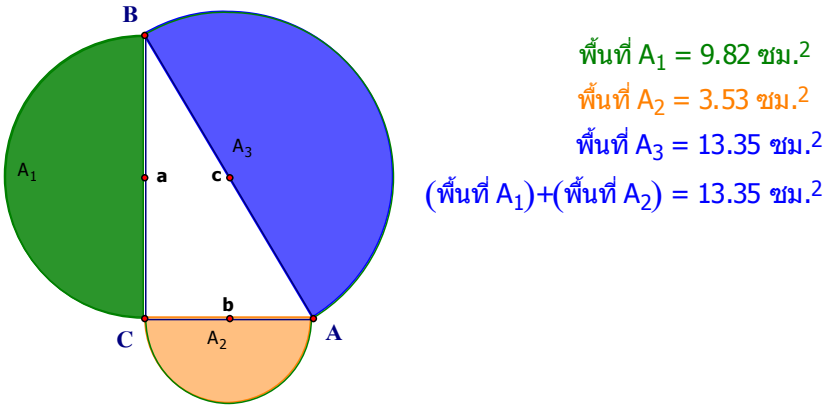


พื้นที่ P_1 = 50.94 ซม.^{2}
พื้นที่ P_2 = 58.46 ซม.^{2}
พื้นที่ P_3 = 7.52 ซม.^{2}
(พื้นที่ P_1)+(พื้นที่ P_3) = 58.46 ซม.^{2}

ภาพที่ 4.13 แสดงผลรวมของพื้นที่รูปแปดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองเท่ากับพื้นที่รูปแปดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

ผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมที่มีความยาวด้านเท่ากับด้านประกอบมุมฉากทั้งสองรูป เท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมที่มีความยาวเท่ากับด้านตรงข้ามมุมฉาก

กรณีที่ 7 ความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยใช้รูปครึ่งวงกลมโดยมีเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปวงกลมบนประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ดังภาพที่ 4.14



ภาพที่ 4.14 แสดงผลรวมของพื้นที่รูปครึ่งวงกลมบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง เท่ากับพื้นที่รูปครึ่งวงกลมบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

ผลรวมของพื้นที่ของครึ่งวงกลมบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูปครึ่งวงกลมบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

4.3.2 ร้อยละของนักศึกษาที่แสดงการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

จากการศึกษาการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) พบว่ามีนักศึกษาที่สร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าได้ทั้งหมด 13 คน ร้อยละ 100

4.3.3 ร้อยละของนักศึกษาที่แสดงกระบวนการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

สำหรับการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) พบว่าไม่มีมีนักศึกษาที่สามารถแสดงกระบวนการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ ในการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) คิดเป็นร้อยละ 0

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย

การศึกษาการสร้างชุดฝึกการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) มีผลสรุป และอุปสรรคในการศึกษาดังต่อไปนี้

5.1 สรุปผลของการสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

จากผลการศึกษาการสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) พบว่าสามารถใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ได้ทั้งหมด โดยการใช้เมนูสร้าง และเมนูการแปลง

5.2 สรุปผลของการสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก

จากผลการศึกษาการสร้างการสร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) พบว่าสามารถใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สร้างรูปเรขาคณิตที่มีความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และรูปครึ่งวงกลมบนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ได้ทั้งหมด โดยการใช้เมนูสร้าง และเมนูการแปลง

สำหรับการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส กล่าวว่า "ผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก" โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก สามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ได้ ส่วนกรณีการแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยใช้รูปครึ่งวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางที่มีความยาวเท่ากับ a และ b ซึ่งเป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c ซึ่งเป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก สามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ เช่นเดียวกัน

5.3 สรุปผลร้อยละของนักศึกษาที่แสดงการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

จากการศึกษาการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า พบว่ามีนักศึกษาที่สามารถสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าได้ทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 100

5.4 สรุปผลร้อยละของนักศึกษาที่แสดงกระบวนการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ในการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

จากศึกษาการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า บนด้านประกอบมุมฉากทั้งสอง และด้านตรงข้ามมุมฉากเท่าและแสดงการหาผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉากคิด ได้ทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 100

สำหรับการแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) พบว่านักศึกษาสามารถแสดงการพิสูจน์ได้บางการณีที่มีความสัมพันธ์ดังสมการได้บางกรณี ได้ดังต่อไปนี้

1) มีนักศึกษาที่สามารถแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยใช้รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก และสามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ได้ทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 100

2) มีนักศึกษาที่สามารถแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยใช้รูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก และสามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ได้ทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 100

3) มีนักศึกษาที่สามารถแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยใช้รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก และสามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ได้ทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 100

4) มีนักศึกษาที่สามารถแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยใช้รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก และสามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ได้ทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 100

5) มีนักศึกษาที่สามารถแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยใช้รูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก และสามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ได้ทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 100

6) มีนักศึกษาที่สามารถแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยใช้รูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก และสามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ได้ 12 คน คิดเป็นร้อยละ 92.31

7) มีนักศึกษาที่สามารถแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยใช้รูปเก้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก และสามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ได้ 11 คน คิดเป็นร้อยละ 84.61

8) มีนักศึกษาที่สามารถแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยใช้รูปสิบเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก และสามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ได้ 10 คน คิดเป็นร้อยละ 76.92

9) มีนักศึกษาที่สามารถแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยใช้รูปสิบเอ็ดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก และสามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ได้ 7 คน คิดเป็นร้อยละ 53.85

5.5 สรุปปัญหา และอุปสรรค ของโครงการวิจัย

การแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยใช้รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) พบว่ามีกรณีการใช้รูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าเป็นต้นไปจะเกิดการทับซ้อนกัน ของรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่อยู่บนด้านประมุมฉาก

บรรณานุกรม

ชัยณรงค์ ขันผนึก. (2546). การคิดและการตัดสินใจ. เชียงใหม่: โรงพิมพ์แสงศิลป์.

ชัยณรงค์ ขันผนึก. (2553). เอกสารประกอบการอบรม เรื่อง การพัฒนานวัตกรรมเพื่อการวิจัย ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์. คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์.

ชัยณรงค์ ขันผนึก. (2556). เรขาคณิตแบบยูคลิด. คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์.

สาขาเทคโนโลยีสารสนเทศ สถาบันสงเสริมการสอนวิทยาศาสตรและเทคโนโลยี. (2549). เทคนิคการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ขั้นสูง. กรุงเทพมหานคร.

สถาบันสงเสริมการสอนวิทยาศาสตรและเทคโนโลยี. คูมือครูสาระการเรียนรูพื้นฐาน คณิตศาสตร เลม 1. กรุงเทพมหานคร.

Engelker,Bryan, "Area and Perimeter of Polygons"(2006).MAT Exam Expository Papers.Paper 11.

Bruce Simmons. August 2012. Area of a Regular Polygon. Downloaded form. http://www.mathwords.com/a/area_regular_polygon.htm. (12 November 2013).

Graham, R.L. The Largest Small Hexagon. Downloaded form. http://www.math.ucsd.edu. (12 November 2013).

ภาคผนวก

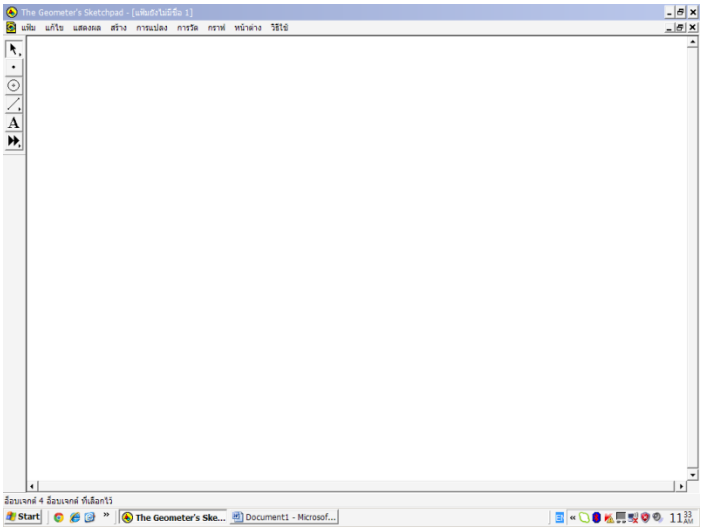
ภาคผนวก ก

ชุดการฝึกการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่
ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

แนะนำการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์แบบพลวัตรที่ทำให้ผู้เรียนมีโอกาสสำรวจและค้นพบแนวคิดต่างๆ ในวิชาเรขาคณิต พีชคณิต แคลคูลัส ตลอดจนถึงการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน และการหาปริพันธ์ GSP เป็นสื่อเทคโนโลยีอย่างหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนคณิตศาสตร์ในทุกช่วงชั้นมีการพัฒนาคุณภาพของผู้เรียนตรงตามเกณฑ์มาตรฐานของกระทรวงศึกษาธิการ

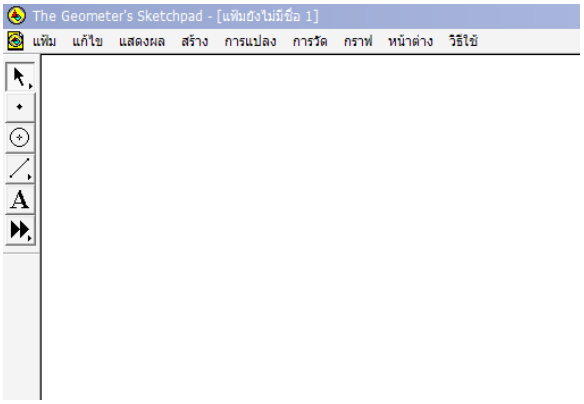
เมื่อเปิดโปรแกรม The Geometer's Sketchpad จะเห็นคำว่า "The Geometer's Sketchpad" อยู่กลางหน้าต่างของ GSP คลิกหนึ่งครั้งเพื่อลบกล่อง คำว่า The Geometer's Sketchpad หน้าต่างของ GSP จะปรากฏดังรูปข้างล่างนี้



เครื่องมือของ GSP

เครื่องมือของ GSP อยู่ทางซ้ายมือของหน้าต่างจอ มี 6 ชนิด คือ

1. เครื่องมือลูกศร
2. เครื่องมือลงจุด
3. เครื่องมือวงเวียน
4. เครื่องมือเขียนในแนวตรง
5. เครื่องมือสร้างข้อความ
6. เครื่องมือกำหนดเอง



เครื่องมือลูกศร

เครื่องมือลูกศรเป็นเครื่องมือที่ใช้ เลือก หรือ ไม่เลือก อ็อบเจกต์ หรือใช้ในการลากอ็อบเจกต์
ให้เคลื่อนที่ไปมา เครื่องมือลูกศรประกอบด้วย

- เครื่องมือลูกศรเลื่อนขนาน
- เครื่องมือลูกศรหมุน
- เครื่องมือลูกศร ย่อ/ขยาย

เมื่อเริ่มเปิดโปรแกรม GSP เครื่องมือลูกศรที่อยู่หน้าจอ คือ เครื่องมือลูกศรเลื่อนขนาน
ถ้าต้องการเปลี่ยนไปใช้เครื่องมือลูกศรอย่างอื่น ให้กดเมาส์ปุ่มซ้ายและลากเมาส์ออกไปทางหน้าจอ
ในกล่องคำสั่งของเครื่องมือลูกศรจะปรากฏรูป ต้องการใช้เครื่องมือลูกศรใด
ให้คลิกตรงรูปลูกศรที่ต้องการ

เครื่องมือลงจุด

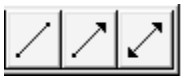
ใช้เครื่องมือในการสร้างสิ่งต่างๆ ต่อไปนี้

- คลิกที่ว่าง บนหน้าจอ เพื่อสร้างจุดต่างๆ
- คลิกที่ส่วนต่างๆ ของรูปบนหน้าจอ เช่น ส่วนของเส้นตรง, วงกลม หรือส่วนของเส้นตรงเพื่อสร้างจุดบนรูปนั้นๆ
- คลิกที่จุดตัดของเส้นตรงสองเส้น หรือเส้นตรงกับเส้นโค้งของรูปเรขาคณิต

เครื่องมือวงเวียน

ใช้เครื่องมือนี้เมื่อต้องการสร้างรูปวงกลม

เครื่องมือเขียนเส้นในแนวตรง

ใช้เครื่องมือเขียนเส้นในแนวตรงในการสร้าง ส่วนของเส้นตรง รังสี และเส้นตรง เมื่อเริ่มเปิด GSP หน้าจอ GSP เครื่องมือเขียนเส้นในแนวตรงคือ เครื่องมือเขียนส่วนนของเส้นตรง ถ้าต้องการเลือกใช้เครื่องมือเขียนเส้นในแนวตรงอย่างอื่น ให้กดเมาส์ปุ่มซ้ายลากเมาส์ออกไปทางหน้าจอ กล่องคำสั่งของเครื่องมือนี้จะปรากฏรูป  ขึ้น สามารถเลือกใช้เครื่องมือได้ตามต้องการ

ใช้เครื่องมือนี้ในการเขียนส่วนของเส้นตรง

ใช้เครื่องมือนี้ในการสร้างรังสี โดยเริ่มจากจุดกำเนิดของรังสี

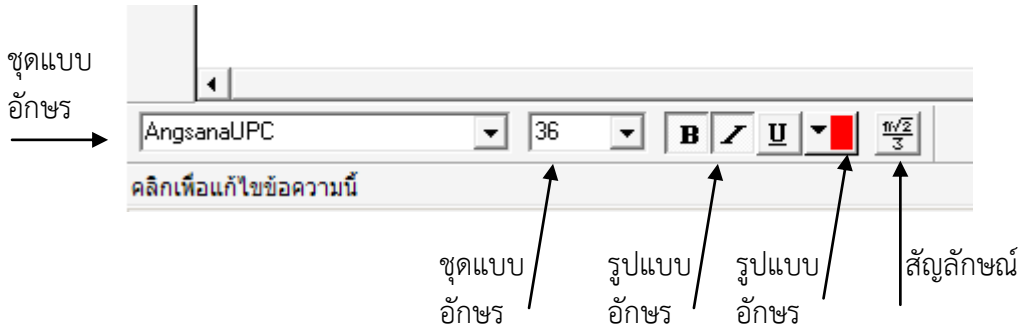
ใช้เครื่องมือนี้ในการสร้างเส้นตรง

เครื่องมือสร้างข้อความ

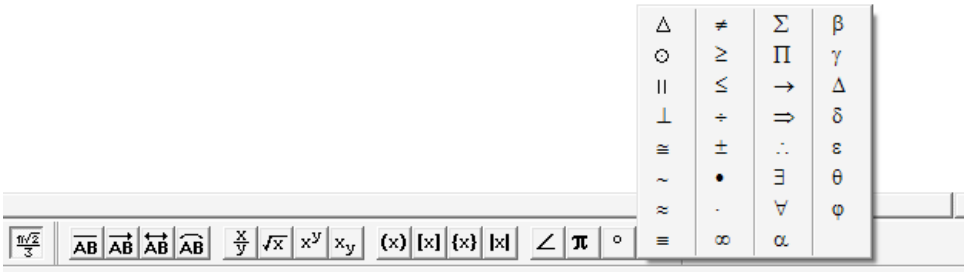
ใช้เพื่อสร้างข้อความ ในการพิมพ์ข้อความต่างๆ ในการแก้ไขตัวอักษร ป้าย ชื่อพารามิเตอร์ หรือ พิมพ์ข้อความบนหน้าต่าง GSP

แถบรูปแบบอักษร

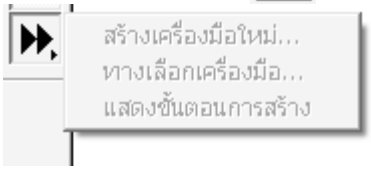
ใช้แถบรูปแบบอักษร ดังแสดงในรูปเพื่อเปลี่ยนชุดแบบอักษร ขนาด แบบ และสีของป้ายข้อความและการวัด เลือกเครื่องมือสร้างข้อความแล้วดับเบิลคลิกตรงที่ว่างบนห้าต่างจอ แถบรูปแบบอักษรจะปรากฏตรงด้านล่างของหน้าต่างจอของ Sketchpad



เมื่อต้องการพิมพ์เครื่องหมายคณิตศาสตร์ ให้คลิกที่สัญลักษณ์ของเครื่องมือแถบรูปแบบอักษร และเลือกเครื่องหมายคณิตศาสตร์ที่ต้องการ



เครื่องมือกำหนดเอง



เครื่องมือกำหนดเองเป็นรูปเรขาคณิตหรือ อ็อบเจกต์ที่ผู้ใช้ GSP สร้างเก็บไว้ในโฟลเดอร์เครื่องมือกำหนดเอง ใช้ในการสร้างชุดคำสั่ง และแสดงขั้นตอนในการสร้างรูปต่างๆ ใน GSP เครื่องมือกำหนดเองประกอบด้วย คำสั่งหลายคำสั่ง เช่น สร้างเครื่องมือใหม่ ทางเลือกเครื่องมือใหม่ แสดงขั้นตอนการสร้าง เป็นต้น

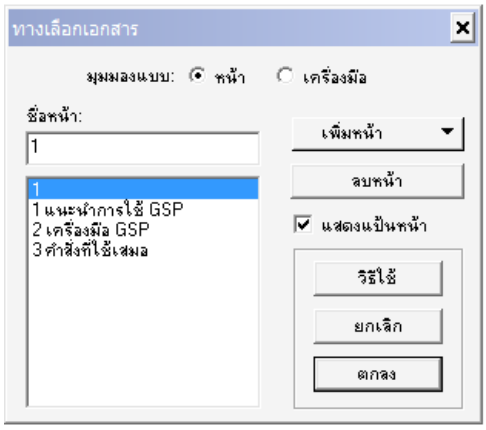
คำสั่งที่ใช้เสมอ

1) การเลือกอ็อบเจกต์ ใช้เครื่องมือลูกศร คลิกบนอ็อบเจกต์ที่ต้องการเลือก สามารถเลือกได้มากกว่าหนึ่งอ็อบเจกต์ อ็อบเจกต์ที่ถูกเลือกแล้วจะเป็นสีแดง

2) การไม่เลือกอ็อบเจกต์ ใช้เครื่องมือลูกศร คลิกบริเวณที่ว่างบนหน้าจอ เมื่อยกเลิกคำสั่งการเลือกอ็อบเจกต์ สีแดงที่อยู่บนอ็อบเจกต์ที่ถูกเลือกไว้จะหายไป

3) การเพิ่มหน้า หรือการทำสำเนาให้อยู่ในแฟ้มเดียวกัน เปิดแฟ้มใหม่หรือในแฟ้มที่กำลังทำงานอยู่เลือกเมนู แฟ้ม เลือกคำสั่ง ทางเลือกเอกสาร เลือก เพิ่มหน้า หรือ ทำสำเนาคลิก ตกลง หน้าที่สั่งเพิ่มจะไปต่อที่ลำดับสุดท้ายเสมอ ในแฟ้มแต่ละแฟ้มควรจะเป็นเรื่องเดียวกันเท่านั้น ไม่ควรมีมากกว่า 10 หน้า

- แป้นหน้าจะแสดงเป็นตัวเลขปรากฏที่บรรทัดสุดท้ายของหน้าต่างหน้าจอ ถ้าต้องการตั้งชื่อที่แป้นหน้า พิมพ์ชื่อที่ช่อง **ชื่อหน้า** เพื่ออธิบายชื่อแป้นหน้า
- ถ้าต้องการเปลี่ยนแปลงลำดับที่ของหน้าต่างจอของ GSP ใช้เครื่องมือลูกศรวางบนแป้นหน้าของคำสั่งทางเลือกเอกสาร แล้วเลื่อนไปยังลำดับที่ต้องการ



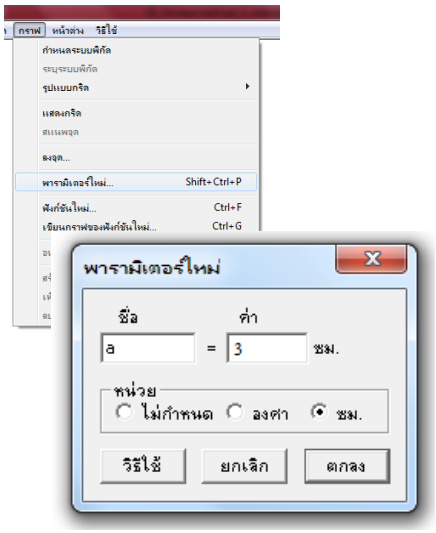
4) การสร้างปุ่มแสดงการทำงาน

- **ปุ่มซ่อน/แสดง** ใช้เครื่องมือลูกศรเลือกสิ่งที่ต้องการซ่อน เพื่อเรียกมาแสดงทีหลัง เลือกเมนู *แก้ไข* เลือกคำสั่ง *ซ่อน/แสดง* ซึ่งอยู่ทางขวามือของปุ่มแสดงการทำงาน จากนั้นปุ่มซ่อน/แสดงจะปรากฏที่หน้าจอ
- **ปุ่มการเคลื่อนไหว** สร้างปุ่มการเคลื่อนไหวโดยใช้เมนู *แก้ไข* คลิกปุ่มนี้เมื่อต้องการให้อ็อบเจกต์อิสระเคลื่อนไหวไปบนวิถีไดวิถีหนึ่ง เช่น เคลื่อนไหวจุดบนส่วนของเส้นตรง หรือบนวงกลม
- **ปุ่มการเคลื่อนที่** สร้างปุ่มการเคลื่อนที่โยใช้เมนู *แก้ไข* ใช้คำสั่งนี้เมื่อต้องการให้ **อ็อบเจกต์เคลื่อนที่** จากจุดต้นทางจุดหนึ่ง ไปอีกจุดซึ่งเป็นจุดปลายทาง การใช้คำสั่งเคลื่อนที่จะทำให้รูปต้นทางมีขนาดเท่าเดิม หรือ ขนาดของรูปต้นทางอาจจะมีการเปลี่ยนแปลงก็ได้

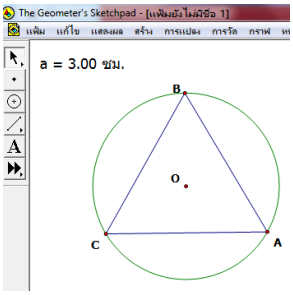
กิจกรรมที่ 1 การสร้างรูปเรขาคณิต **n** เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

กิจกรรมต่อไปนี้เป็นการสร้างรูปเรขาคณิตโดยการใช้เครื่องมือ และเมนูต่างๆ ของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad

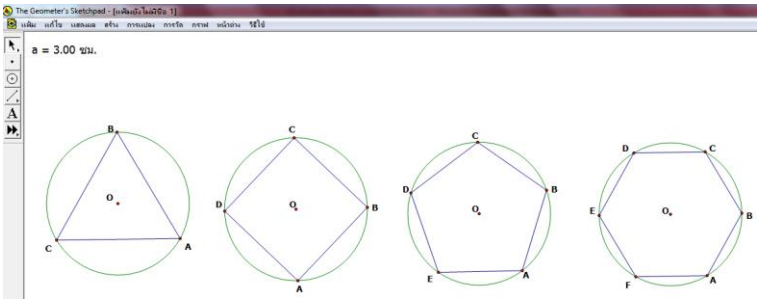
1. เปิดโปรแกรม GSP และเลือกแฟ้มใหม่
2. สร้างพารามิเตอร์ a โดยเลือกเมนูกราฟ คำสั่ง พารามิเตอร์ใหม่ ตั้งค่า 3 ซม. ดังรูป
3. ใช้เครื่องมือจุด คลิกที่หน้าจอหนึ่งครั้ง ตั้งชื่อจุดเป็นจุด O



- เลือกจุด O พารามิเตอร์ a เมนูสร้าง เลือกคำสั่งวงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี
- เลือกเส้นรอบวงกลม O เมนูสร้าง คำสั่งลงจุดบนวงกลมตั้งชื่อจุด A
- เลือกเส้นรอบวงกลม เมนูการแปลง คำสั่งระบุจุดศูนย์กลาง เลือกจุด A เมนูการแปลง คำสั่งหมุนด้วยมุมคงที่ 120° ตั้งชื่อ จุด B สร้างจุด C โดยใช้วิธีเดียวกับการสร้างจุด B
- เลือกจุด A, B และ C ตามลำดับ เมนูสร้าง เลือกคำสั่ง ส่วนของเส้นตรง จะได้รูปสามเหลี่ยม ABC ที่เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม ดังภาพ



4. การสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลมก็ทำเช่นเดียวกับการสร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม การกำหนดมุมการหมุนให้ตั้งค่าหมุนด้วยมุมคงที่ **90**$^{\circ}$
5. การสร้างรูป **n** เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าให้ตั้งค่าหมุนด้วยมุมคงที่ $\frac{360^{\circ}}{n}$ จะได้รูป **n** เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลมดังตัวอย่างภาพ

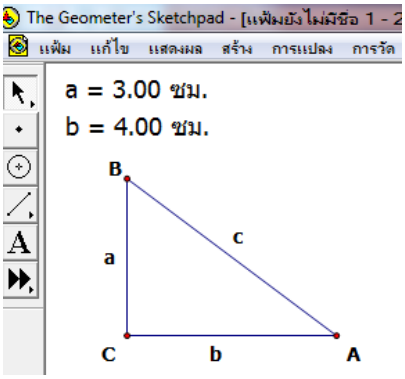


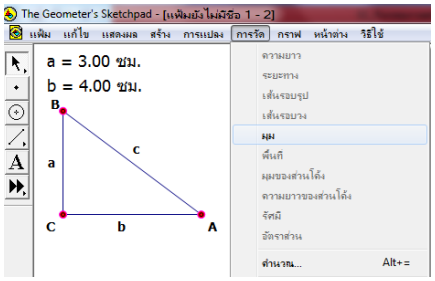
กิจกรรมที่ 2 การสร้างรูปเรขาคณิตสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า บนด้านประกอบมุมฉาก ด้านตรงข้ามมุมฉาก และแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส

กิจกรรมต่อไปนี้เป็นการสร้างรูปเรขาคณิตโดยการใช้เครื่องมือ และเมนูต่างๆ ของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad

6. เปิดโปรแกรม GSP และเลือกแฟ้มใหม่
7. สร้างพารามิเตอร์ a และ b โดยเลือกเมนูกราฟ คำสั่ง พารามิเตอร์ใหม่ ตั้งค่า 3 ซม. และ 4 ซม. ตามลำดับ
8. ใช้เครื่องมือจุด คลิกที่หน้าจอหนึ่งครั้ง ตั้งชื่อจุดเป็นจุด C

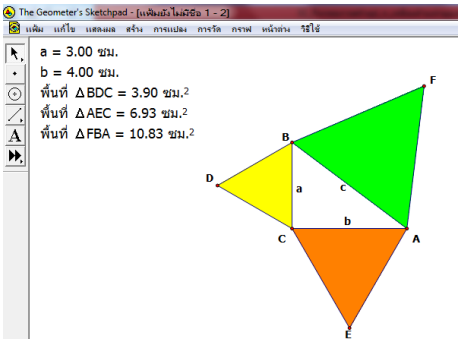
- เลือกจุด C เมนูการแปลง เลือกคำสั่ง เลื่อนขนาน ดับเบิ้ลคลิกที่พารามิเตอร์ a เลื่อนขนาด้วยมุม 90° ตั้งชื่อว่าจุด B
- เลือกจุด C เมนูการแปลง เลือกคำสั่ง เลื่อนขนาน ดับเบิ้ลคลิกที่พารามิเตอร์ b เลื่อนขนาด้วยมุม 0° ตั้งชื่อว่าจุด A
- เลือกจุด A, B และ C ตามลำดับ เมนูสร้าง คำสั่งส่วนของเส้นตรงจะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม ACB เป็นมุมฉาก ตั้งชื่อส่วนของเส้นตรงทั้งสามตามมุมที่อยู่ตรงข้ามด้านนั้น
- สำรวจมุม C โดยเลือก จุด A, C และ B ตามลำดับ เมนูการวัด เลือกคำสั่งมุม สังเกตุขนาดของมุม ACB ที่หน้าจอ



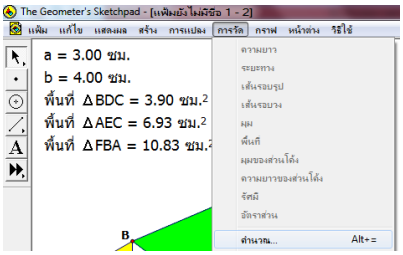


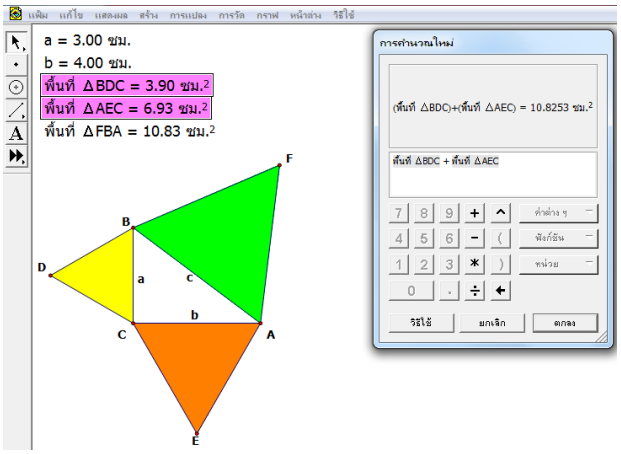
9. การสร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้าน **BC** โดยระบุจุด **C** เป็นจุดศูนย์กลาง เลือกจุด **B** เมนูการแปลง คำสั่งหมุน ตั้งค่าการหมุนด้วยมุมคงที่ **60°** ตั้งชื่อว่าจุด **D** เลือกจุด **B, C** และ **D** ตามลำดับ กด **ctrl + L** จะได้รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า **BCD** ที่มีความยาวด้านเท่ากับ พารามิเตอร์ **a** จากนั้นสร้างรูปสามหลี่ยมด้านเท่าบนด้านที่เหลือ โดยใช้คำสั่งเดียวกันกับการสร้างจุด **D** และตั้งชื่อจุด **E** และ **F** ตามลำดับ
10. เลือกจุด **B, C** และ **D** ตามลำดับ เมนูสร้าง หรือกด **ctrl + P** จะได้บริเวณภายในรูปสามเหลี่ยม **BCD** จากนั้นสร้างบริเวณภายในรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่เหลือทั้งสองรูป

11. เลือกบริเวณภายในรูปสามเหลี่ยมทั้งสามรูป เมนูการวัด คำสั่ง พื้นที่ ดังรูป



12. สำรวจผลรวมของพื้นที่สามเหลี่ยม BCD และสามเหลี่ยม ACE ที่เป็นพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่อยู่บนด้านประชิดมุมฉาก โดยเลือก เมนูการวัด คำสั่ง คำนวณ จะปรากฏ เครื่องคำนวณตอบดังภาพ จากนั้นหาผลรวมของพื้นที่สามเหลี่ยม BCD และสามเหลี่ยม ACE สังเกตุผลที่เกิดขึ้นโดยเปรียบเทียบกับ พื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABF





สรุป “ผลรวมของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก”

กิจกรรมที่ 3 การสร้างรูปเรขาคณิต n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า บนด้านประชิดมุมฉาก ด้านตรงข้ามมุมฉาก และแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส

1. สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยปฏิบัติตามขั้นตอนการสร้างเหมือนกับกิจกรรมที่ 2

2. สร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า บนด้านประชิดมุมฉาก ระบุจุด C เป็นจุดศูนย์กลาง เลือกจุด B หมุนด้วยมุม $\frac{(n-2)}{n} \times 180°$ เมื่อ n คือ จำนวนด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ตั้งชื่อจุดทั้งหมดที่สร้างขึ้น

3. สร้างสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า บนด้านตรงข้ามมุมฉาก โดยทำขั้นตอนเหมือนกับข้อ 2

4. สร้างบริเวณภายใน และวัดพื้นที่รูปเรขาคณิต n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า บนด้านประชิดมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก

5. สำรวจผลรวมของพื้นที่ n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่อยู่บนด้านประชิดมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก สังเกตุผลที่เกิดขึ้นโดยเปรียบเทียบกับ พื้นที่พื้นที่ n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่อยู่บนด้านด้านตรงข้ามมุมฉาก

สรุป “ผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองจะเท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก”

ภาคผนวก

ภาคผนวก ข

แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$

แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ นางสาวนุชนาฏ ศรีเลย

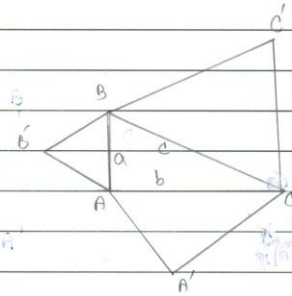
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 53110913?101 ชื่อ - สกุล น.ส.นุชนาฏ ศรีเลย

สอบวันที่ 21 ก.พ. 2556 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



กำหนดให้ AB = a, BC = c, AC = b เป็นด้านของสามเหลี่ยมใดๆ

$$\left(\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)a^2\right) + \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)b^2\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)c^2$$

หาร 4 คูณทั้งสองข้าง; $(\sqrt{3})a^2 + (\sqrt{3})b^2 = (\sqrt{3})c^2$

หาร $\sqrt{3}$ ตลอดทั้งสองข้าง; $a^2 + b^2 = c^2$

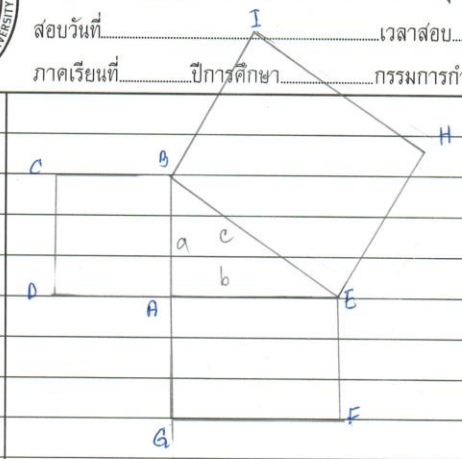
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 53110213210 ชื่อ - สกุล น.ส.นฤมล ศรีสอน

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



ให้ $\overline{AB} = a$, $\overline{AE} = b$, $\overline{BE} = c$

$$(a \cdot a) + (b \cdot b) = c \cdot c$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

ให้ k, m และ $n \in R^+$ โดย k และ n เป็นความยาวของรูป $DCEF$

พิจารณา พ.ท. $\frac{5m^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

พ.ท. $\frac{5n^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

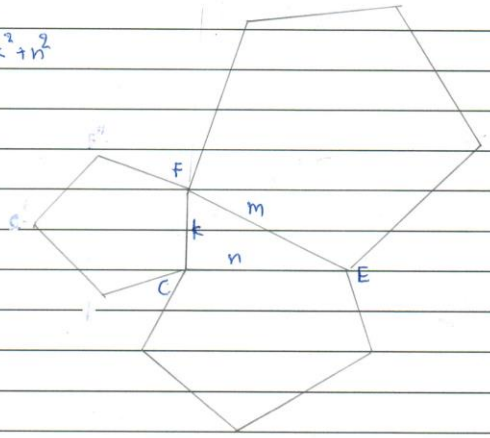
พ.ท. $\frac{5k^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

จาก $\frac{5m^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} = \frac{5k^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} + \frac{5n^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

หาร $\frac{4}{5}$ ตลอด $m^2\cot\frac{\pi}{5} = k^2\cot\frac{\pi}{5} + n^2\cot\frac{\pi}{5}$

หาร $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{5}}$ ตลอด $m^2 = k^2 + n^2$

ดังนั้น $m^2 = k^2 + n^2$



มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่..... คะแนน

ข้อสอบวิชา..... หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว..... ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่..... เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

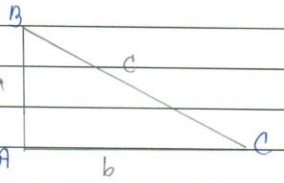
ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

Pf ให้ $a, b,$ และ $c \in R^+$ โดย a, b เป็นความยาวของรูป $\triangle ABC$

พิจารณา พื้นที่ หมาเหลี่ยม $\frac{6}{2} a^2 \cos\frac{\pi}{6}$

พื้นที่ หมาเหลี่ยม $\frac{6}{2} b^2 \cos\frac{\pi}{6}$

พื้นที่ หมาเหลี่ยม $\frac{6}{2} c^2 \cos\frac{\pi}{6}$



จาก $\frac{6}{2} c^2 \cos\frac{\pi}{6} = \frac{6}{2} a^2 \cos\frac{\pi}{6} + \frac{6}{2} b^2 \cos\frac{\pi}{6}$

หาร $\frac{6}{2}$ ตลอด; $c^2 \cos\frac{\pi}{6} = a^2 \cos\frac{\pi}{6} + b^2 \cos\frac{\pi}{6}$

หาร $\frac{1}{\cos\frac{\pi}{6}}$ ตลอด; $c^2 = a^2 + b^2$

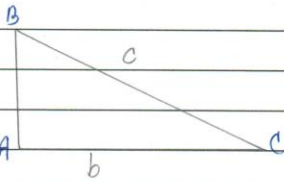
ดังนั้น $c^2 = a^2 + b^2$ //

Pf ให้ a, b และ $c \in R^+$ โดย a, b เป็นความยาวของรูป $\triangle ABC$

พิจารณา พื้นที่ เก้าเหลี่ยม $\frac{9}{4} a^2 \cot\frac{\pi}{9}$

พื้นที่ เก้าเหลี่ยม $\frac{9}{4} b^2 \cot\frac{\pi}{9}$

พื้นที่ เก้าเหลี่ยม $\frac{9}{4} c^2 \cot\frac{\pi}{9}$



จาก $\frac{9}{4} c^2 \cot\frac{\pi}{9} = \frac{9}{4} a^2 \cot\frac{\pi}{9} + \frac{9}{4} b^2 \cot\frac{\pi}{9}$

หาร $\frac{9}{4}$ ตลอด; $c^2 \cot\frac{\pi}{9} = a^2 \cot\frac{\pi}{9} + b^2 \cot\frac{\pi}{9}$

หาร $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{9}}$ ตลอด; $c^2 = a^2 + b^2$

ดังนั้น $c^2 = a^2 + b^2$ //

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

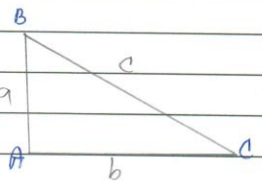
ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

Pf ให้ a,b และ $c \in R^+$ โดย a,b เป็นความยาวของรูป $\triangle ABC$

พิจารณา พ.ท. สี่เหลี่ยม $\frac{5}{2}a^2\cot\frac{\pi}{10}$

พ.ท. สี่เหลี่ยม $\frac{5}{2}b^2\cot\frac{\pi}{10}$

พ.ท. สี่เหลี่ยม $\frac{5}{2}c^2\cot\frac{\pi}{10}$



ฉะนั้น $\frac{5}{2}c^2\cot\frac{\pi}{10} = \frac{5}{2}a^2\cot\frac{\pi}{10} + \frac{5}{2}b^2\cot\frac{\pi}{10}$

หาร $\frac{5}{2}$ ตลอด; $c^2\cot\frac{\pi}{10} = a^2\cot\frac{\pi}{10} + b^2\cot\frac{\pi}{10}$

หาร $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{10}}$ ตลอด; $c^2 = a^2 + b^2$

ดังนั้น $c^2 = a^2 + b^2$ //

แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ นางสาวณัฐชานันท์ ภักดี

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

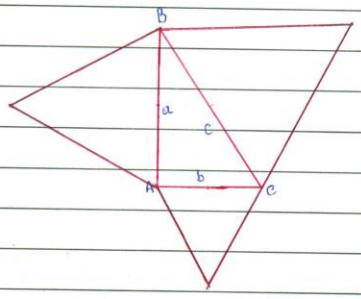
ข้อสอบวิชา โปรแกรมสำเร็จรูปด้านคณิตศาสตร์ หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 53110213210 2 ชื่อ - สกุล น.ส. ณัฐชานันท์ ภักดี

สอบวันที่ 21 กุมภาพันธ์ 2554 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

จงพิสูจน์ว่า $c^2 = a^2 + b^2$ หรือไม่



กำหนดให้ $\overline{AB} = a$, $\overline{AC} = b$ และ $\overline{BC} = c$ เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยม

$$\left(\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)a^2\right) + \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)b^2\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)c^2$$

(นำ $\frac{1}{4}$ คูณทั้งสองข้าง)

$$(\sqrt{3})a^2 + (\sqrt{3})b^2 = (\sqrt{3})c^2 \quad (\text{นำ } \sqrt{3} \text{ หารทั้งสองข้าง})$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

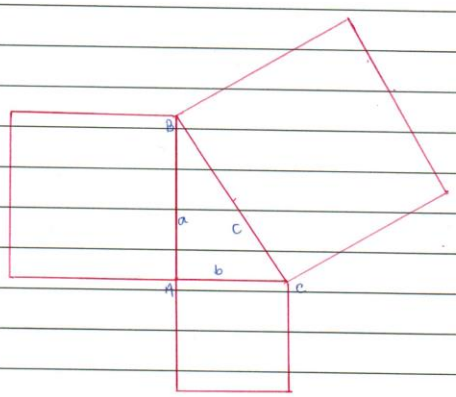
แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 531102132102 ชื่อ - สกุล น.ส. อัจฉรินทร์ ภักดี

สอบวันที่ 21 กุมภาพันธ์ 2556 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



กำหนดให้ $\overline{AB} = a$, $\overline{AC} = b$ และ $\overline{BC} = c$ เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ

อัตราพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ ด้าน x ด้าน

นั่นคือ $a \cdot a = a^2$

$b \cdot b = b^2$

$c \cdot c = c^2$

ดังนั้น $a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

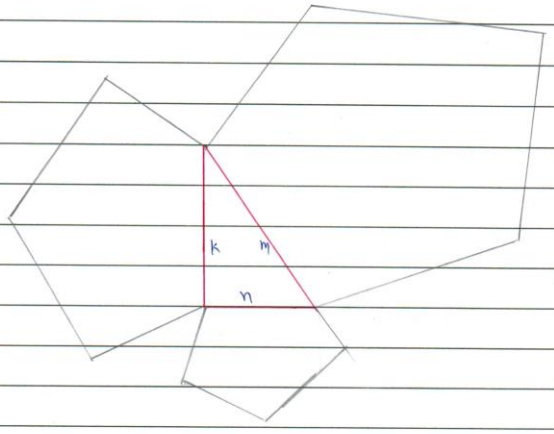
แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล น.ส. ณัฐชานินท์ ภักดี

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



ให้ k, n และ m เป็นจำนวนจริงเต็มบวก ใดๆ ว่า k และ n เป็นด้านประกอบมุมฉาก ของรูปสามเหลี่ยม Δknm

พิจารณา พื้นที่ห้าเหลี่ยมด้านเท่า $\frac{5m^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

$\frac{5k^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

$\frac{5n^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

จาก $\frac{5m^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} = \left(\frac{5k^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}\right) + \left(\frac{5n^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}\right)$

นำ $\frac{4}{5}$ คูณทั้งสองข้าง $m^2\cot\frac{\pi}{5} = \left(k^2\cot\frac{\pi}{5}\right) + \left(n^2\cot\frac{\pi}{5}\right)$

นำ $\cot\frac{\pi}{5}$ หารทั้งสองข้าง $m^2 = k^2 + n^2$

ดังนั้น $m^2 = k^2 + n^2$ #

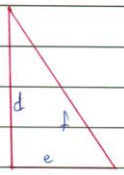
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

ข้อสอบวิชา..... หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว..... ชื่อ - สกุล น.ส. ณิชาภัทร์ ภักดี

สอบวันที่..... เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....



(หาเหลี่ยม)

จาก d , e แทน f เป็นจำนวนจริงที่มีมากกว่าศูนย์ ดังนั้น d แทน e เป็นด้านประกอบมุมฉากของ Δdef

พิจารณา สูตรการหาพื้นที่รูปหกเหลี่ยมคือ $A = \frac{6}{2}a^2 \cos\frac{\pi}{6}$

จะได้ $\frac{6}{2}d^2\cos\frac{\pi}{6}$

$\frac{6}{2}e^2\cos\frac{\pi}{6}$

$\frac{6}{2}f^2\cos\frac{\pi}{6}$

ดังนั้น $\frac{6}{2}f^2\cos\frac{\pi}{6} = \left(\frac{6}{2}d^2\cos\frac{\pi}{6}\right) + \left(\frac{6}{2}e^2\cos\frac{\pi}{6}\right)$

หาร $\frac{2}{6}$ คูณทั้งสองข้าง $f^2\cos\frac{\pi}{6} = \left(d^2\cos\frac{\pi}{6}\right) + \left(e^2\cos\frac{\pi}{6}\right)$

หาร $\frac{1}{\cos\frac{\pi}{6}}$ คูณทั้งสองข้าง $f^2 = d^2 + e^2$

ดังนั้น $f^2 = d^2 + e^2$ //

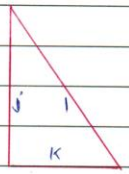
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



(เจ็ดเหลี่ยม)

ถ้า j , k และ l เป็นจำนวนจริงเชิงบวก ซึ่ง j และ k เป็นด้านประกอบมุมฉาก ของ Δjkl

พิสูจน์ สูตรการหาพื้นที่รูปเจ็ดเหลี่ยม คือ $\frac{7}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7}$

จะได้ $\frac{7}{4}j^2\cot\frac{\pi}{7}$

$\frac{7}{4}k^2\cot\frac{\pi}{7}$

$\frac{7}{4}l^2\cot\frac{\pi}{7}$

ดังนั้น $\frac{7}{4}l^2\cot\frac{\pi}{7} = \left(\frac{7}{4}j^2\cot\frac{\pi}{7}\right) + \left(\frac{7}{4}k^2\cot\frac{\pi}{7}\right)$

หาร $\frac{7}{4}$ คูณทั้งสองข้าง $l^2\cot\frac{\pi}{7} = \left(j^2\cot\frac{\pi}{7}\right) + \left(k^2\cot\frac{\pi}{7}\right)$

หาร $\cot\frac{\pi}{7}$ คูณทั้งสองข้าง $l^2 = j^2 + k^2$

ดังนั้น $l^2 = j^2 + k^2$ //

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

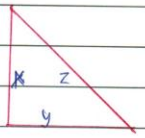
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

(หน้าเหลี่ยม)



กำหนดให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงเท่ากับ

ให้ x และ y เป็นด้านประกอบมุมมากของ Δxyz

พิจารณา สูตรการหาพื้นที่รูปหน้าเหลี่ยมด้านเท่า คือ $2a^2 \cot\frac{\pi}{8}$

ดังนั้น $x = 2x^2 \cot\frac{\pi}{8}$

$y = 2y^2 \cot\frac{\pi}{8}$

$z = 2z^2 \cot\frac{\pi}{8}$

จะได้ว่า $2z^2 \cot\frac{\pi}{8} = 2x^2 \cot\frac{\pi}{8} + 2y^2 \cot\frac{\pi}{8}$

หาร $\frac{1}{2}$ คูณทั้งสองข้าง $z^2 \cot\frac{\pi}{8} = x^2 \cot\frac{\pi}{8} + y^2 \cot\frac{\pi}{8}$

หาร $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{8}}$ คูณทั้งสองข้าง $z^2 = x^2 + y^2$

ดังนั้น $z^2 = x^2 + y^2$ //

แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ นางสาวรัตติยา ปาลนิล

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่ 1 คะแนน

ข้อสอบวิชา Geometer's Sketchpad หมู่เรียน คณิตศาสตร์

รหัสประจำตัว 53110213203 ชื่อ - สกุล รัตติยา ปาลนิล

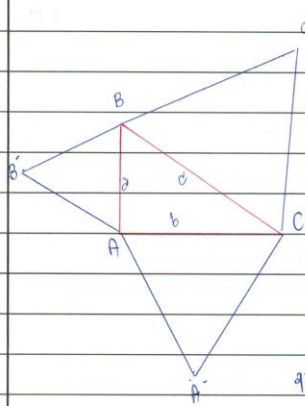
สอบวันที่ 21 ก.ค. 56 เวลาสอบ ห้องสอบ

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 55 กรรมการกำกับการสอบ 1. 2.

1)

a = 2

b = 3



ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

โดยที่ a และ b เป็นฐานของด้านประกอบมุมฉาก

c เป็นฐานของด้านตรงข้ามมุมฉาก

จะพบว่า $\Delta BCC' = \Delta BB'A + \Delta AA'C$

คือ สามเหลี่ยมด้านตรงข้ามมุมฉาก^2 = สามเหลี่ยมด้านประกอบมุมฉาก^2 + สามเหลี่ยมด้านประกอบมุมฉาก

จะได้ว่า $c^2 = a^2 + b^2$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \cdot a^2 = 3.46$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \cdot b^2 = 7.79$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \cdot c^2 = 11.26$

$\frac{\sqrt{3}}{4} c^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} b^2$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{4} c^2\right) \cdot 4 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} a^2\right) \cdot 4 + \left(\frac{\sqrt{3}}{4} b^2\right) 4$

$\sqrt{3} c^2 = \sqrt{3} a^2 + \sqrt{3} b^2$

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} c^2 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} a^2 + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} b^2$

$c^2 = a^2 + b^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่ 2 คะแนน

ข้อสอบวิชา Geometer's Sketchpad หมู่เรียน คณิตศาสตร์

รหัสประจำตัว 553102132103 ชื่อ - สกุล อัจฉรา ปานสิด

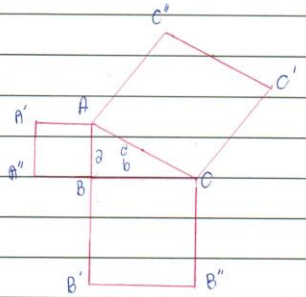
สอบวันที่ 21 / ก.ย. / 56 เวลาสอบ ห้องสอบ

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 55 กรรมการกำกับการสอบ 1. 2.

(2)

a = 1.00

b = 2.00



a และ b, c เป็น จำนวนจริงบวกใดๆ

โดย a และ b เป็นฐาน ของ สามเหลี่ยมมุมฉาก

c เป็นฐานของสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้านตรงข้ามมุมฉาก

จะได้ว่า $\square ACC'C = \square AA'B''B + \square BB'B''C$

ดังนั้น สี่เหลี่ยมจัตุรัสตรงข้ามมุมฉาก = สี่เหลี่ยมจัตุรัสของมุมฉาก + สี่เหลี่ยมจัตุรัสของมุมฉาก

จะได้ว่า $c^2 = a^2 + b^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่ 4 คะแนน

ข้อสอบวิชา Geometer's Sketpad หมู่เรียน คณิตศาสตร์

รหัสประจำตัว 531702132103 ชื่อ - สกุล รัตติยา ชาญปัญ

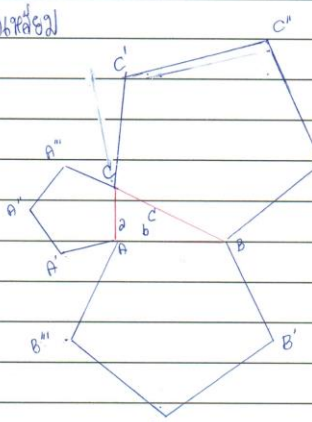
สอบวันที่ 21 มิถุนายน 56 เวลาสอบ ห้องสอบ

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1. 2.

ทำเหลี่ยม

3. $a = 1$

$b = 2$



ให้ a, b และ $c \in R^+$

โดย a, b เป็นด้านประกอบมุมฉากของรูป Δabc

พิจารณารูปห้าเหลี่ยม $\frac{5}{4}c^2 \cot\frac{\pi}{5}$

พิจารณารูปห้าเหลี่ยม $\frac{5}{4}b^2 \cot\frac{\pi}{5}$

พิจารณารูปห้าเหลี่ยม $\frac{5}{4}a^2 \cot\frac{\pi}{5}$

จะได้ว่า $\frac{5}{4}c^2 \cot\frac{\pi}{5} = \frac{5}{4}a^2 \cot\frac{\pi}{5} + \frac{5}{4}b^2 \cot\frac{\pi}{5}$

นำ $\frac{4}{5}$ คูณตลอด $c^2 \cot\frac{\pi}{5} = a^2 \cot\frac{\pi}{5} + b^2 \cot\frac{\pi}{5}$

นำ $\tan\frac{\pi}{5}$ คูณตลอด $c^2 \frac{1}{\tan\frac{\pi}{5}} = a^2 \frac{1}{\tan\frac{\pi}{5}} + b^2 \frac{1}{\tan\frac{\pi}{5}}$

$\therefore c^2 = a^2 + b^2$ //

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่ 5 คะแนน

ข้อสอบวิชา ตรี หมู่เรียน

รหัสประจำตัว 5311021932103 ชื่อ - สกุล วิลาสินี ชานนิล

สอบวันที่ 21 ก.พ. 56 เวลาสอบ ห้องสอบ

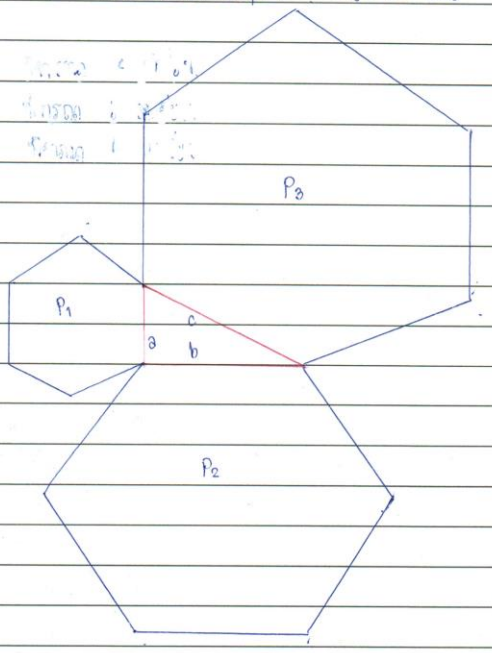
ภาคเรียนที่ ปีการศึกษา กรรมการกำกับการสอบ 1. 2.

5

5 เหลี่ยม

กำหนดให้ $a, b, c \in R^+$

โดย a, b เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยม Δabc



พิจารณารูป 6 เหลี่ยม $\frac{6c^2}{2}\cos\frac{\pi}{6}$

$\frac{6a^2}{2}\cos\frac{\pi}{6}$

$\frac{6b^2}{2}\cos\frac{\pi}{6}$

$\frac{6c^2}{2}\cos\frac{\pi}{6} = \frac{6a^2}{2}\cos\frac{\pi}{6} + \frac{6b^2}{2}\cos\frac{\pi}{6}$

ดัง $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ คูณตลอด จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$ #

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่ 6 คะแนน

ข้อสอบวิชา 858 หมู่เรียน

รหัสประจำตัว 5311021321103 ชื่อ - สกุล รัตติยา ปานพิล

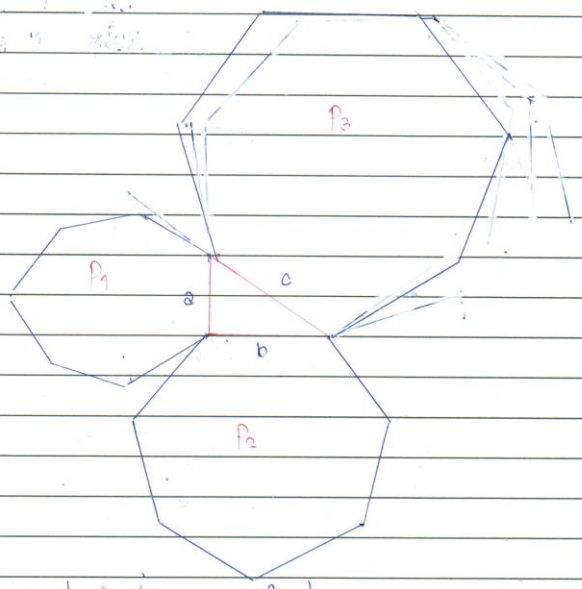
สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ ห้องสอบ

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 55 กรรมการกำกับการสอบ 1. 2.

(6) ๗ เหลี่ยม.

กำหนดให้ a, b และ $c \in \mathbb{R}^+$

โดยให้ a และ b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉากของ $\triangle ABC$



พิจารณารูป ๗ เหลี่ยม $\frac{7}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7}$

พื้นที่ ๗ เหลี่ยม ด้าน $a = \frac{7}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7}$

ด้าน $b = \frac{7}{4}b^2\cot\frac{\pi}{7}$

ด้าน $c = \frac{7}{4}c^2\cot\frac{\pi}{7}$

$$\frac{7}{4}c^2\cot\frac{\pi}{7} = \frac{7}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7} + \frac{7}{4}b^2\cot\frac{\pi}{7}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่ 7 คะแนน

ข้อสอบวิชา ปริญ หมู่เรียน

รหัสประจำตัว 6310213210103 ชื่อ - สกุล รัตติยา ขานนิล

สอบวันที่ เวลาสอบ ห้องสอบ

ภาคเรียนที่ ปีการศึกษา กรรมการกำกับการสอบ 1. 2.

(8) 8 เหลี่ยม

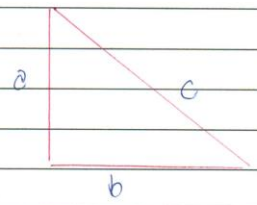
กำหนดให้ a, b และ $c \in \mathbb{R}^+$

โดยให้ a และ b เป็นด้านประกอบมุมฉาก ของรูป Δabc

พื้นที่ 8 เหลี่ยม $2c^2 \cot \frac{\pi}{8}$

พื้นที่ 8 เหลี่ยม $2a^2 \cot \frac{\pi}{8}$

พื้นที่ 8 เหลี่ยม $2b^2 \cot \frac{\pi}{8}$



$$2c^2 \cot \frac{\pi}{8} = 2a^2 \cot \frac{\pi}{8} + 2b^2 \cot \frac{\pi}{8}$$

ใช้ $\frac{1}{2}$ คูณตลอด

จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$ //

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่ 7 คะแนน

ข้อสอบวิชา ปรป หมู่เรียน

รหัสประจำตัว 5310213210 3 ชื่อ - สกุล รัตติยา ขานไชย

สอบวันที่ เวลาสอบ ห้องสอบ

ภาคเรียนที่ ปีการศึกษา กรรมการกำกับการสอบ 1. 2.

8. 8 เหลี่ยม

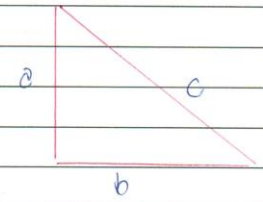
กำหนดให้ a, b และ $c \in R^+$

โดยให้ c และ b เป็นด้านประกอบมุมฉากของรูป Δabc

พิจารณา 8 เหลี่ยม $2c^2 \cot \frac{\pi}{8}$

พิจารณา 8 เหลี่ยม $2a^2 \cot \frac{\pi}{8}$

พิจารณา 8 เหลี่ยม $2b^2 \cot \frac{\pi}{8}$



$$2c^2 \cot \frac{\pi}{8} = 2a^2 \cot \frac{\pi}{8} + 2b^2 \cot \frac{\pi}{8}$$

ตัด $\frac{1}{2}$ ออกทั้งสองข้าง

จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่ 9 คะแนน

ข้อสอบวิชา ตรีโกณมิติ หมู่เรียน

รหัสประจำตัว 6317021320163 ชื่อ - สกุล รัชดาภรณ์ ชาญเนตร

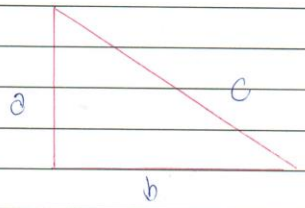
สอบวันที่ 21/02/66 เวลาสอบ ห้องสอบ

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 กรรมการกำกับการสอบ 1. 2.

9) 9 เหลี่ยมใดๆ

กำหนดให้ a, b และ $c \in R^+$

โดยให้ a และ b เป็นด้านประกอบมุมฉากของรูป Δabc



สูตร $\frac{9}{4} a^2 \cot \frac{\pi}{9}$

พื้นที่ 9 เหลี่ยมด้าน $a = \frac{9}{4} a^2 \cot \frac{\pi}{9}$

ด้าน $b = \frac{9}{4} b^2 \cot \frac{\pi}{9}$

ด้าน $c = \frac{9}{4} c^2 \cot \frac{\pi}{9}$

$$\frac{9}{4} a^2 \cot \frac{\pi}{9} + \frac{9}{4} b^2 \cot \frac{\pi}{9} = \frac{9}{4} c^2 \cot \frac{\pi}{9}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$ ※

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่ 10 คะแนน

ข้อสอบวิชา วิธีคำนวณ หมู่เรียน

รหัสประจำตัว 5311021632103 ชื่อ - สกุล อัศศิรา ชาญชิล

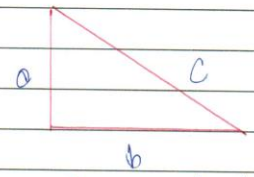
สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ ห้องสอบ

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 55 กรรมการกำกับการสอบ 1. 2.

(10) p เหลี่ยม

กำหนดให้ a, b และ $c \in R^+$

โดยให้ a และ b เป็นด้านประกอบมุมฉากของรูป Δabc



พื้นที่รูป 10 เหลี่ยม $\frac{5c^2}{2}\cot\frac{\pi}{10} = \frac{5c^2\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}$

$\frac{5}{2}a^2\cot\frac{\pi}{10} = \frac{5a^2\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}$

$\frac{5b^2}{2}\cot\frac{\pi}{10} = \frac{5b^2\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}$

จาก $\frac{5c^2}{2}\cot\frac{\pi}{10} = \frac{5a^2}{2}\cot\frac{\pi}{10} + \frac{5b^2}{2}\cot\frac{\pi}{10}$

นำ $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{10}}$ คูณตลอด

จะได้ $\frac{5}{2}c^2 = \frac{5a^2}{2} + \frac{5b^2}{2}$

นำ $\frac{2}{5}$ คูณตลอด

จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ นายโกศล คุณดิลกเศวต

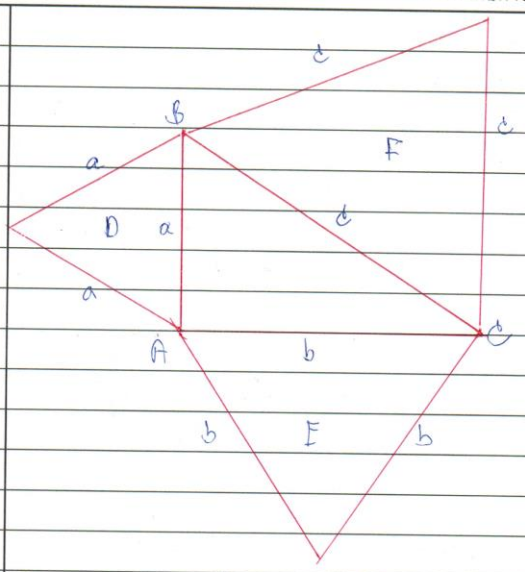
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่ 1 คะแนน

ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน 53110213205

รหัสประจำตัว 53110213205 ชื่อ - สกุล นาย โกศล คุณดิลกเศวต

สอบวันที่ 21 ต.ค. 56 เวลาสอบ ห้องสอบ

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 กรรมการกำกับการสอบ 1. 2.



รูปที่ a, b และ c เป็นจำนวนชุดใดบ้าง

พื้นที่ D = $\sqrt{3a(3a-a)(3a-a)(3a-a)} = \sqrt{3a\sqrt{8a^3}} = 6a^2\sqrt{2a}$

พื้นที่ E = $\sqrt{3b(3b-b)(3b-b)(3b-b)} = \sqrt{3b\sqrt{8b^3}} = 6b^2\sqrt{2b}$

พื้นที่ F = $\sqrt{3c(3c-c)(3c-c)(3c-c)} = \sqrt{3c8c^3} = c^2\sqrt{24}$

ดังนั้น D + E = F

$a^2\sqrt{2a} + b^2\sqrt{2a} = c^2\sqrt{2a}$

$\sqrt{2a}(a^2+b^2) = \sqrt{2a}c^2$

$a^2+b^2 = c^2$

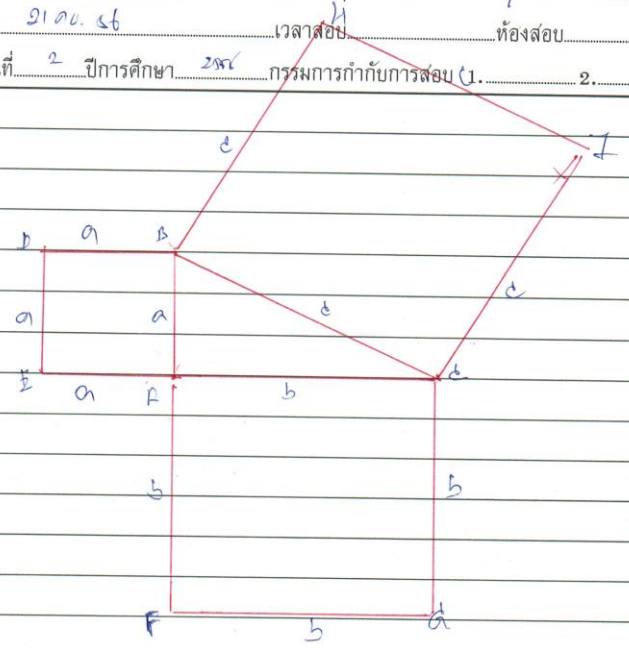
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่ 2 คะแนน

ข้อสอบวิชา คณิต หมู่เรียน 5310213210๕

รหัสประจำตัว 5310213210๕ ชื่อ - สกุล นาย ไกรวิ ภูมะลิวงศ์เสถา

สอบวันที่ 21 ต.ค. ๕๖ เวลาสอบ ห้องสอบ

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา ๒๕๕ กรรมการกำกับการสอบ 1. 2.



จาก a, b และ c เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ

พื้นที่ □ ABDE = a^2

พื้นที่ □ ACFG = b^2

พื้นที่ □ BCHI = c^2

จากพื้นที่ □ ABDE + □ ACFG = □ BCHI

$a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่ 3 คะแนน

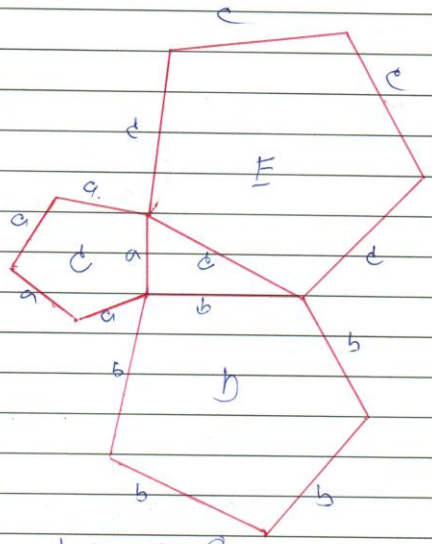
ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน 53170215105

รหัสประจำตัว 53170215105 ชื่อ - สกุล หนูโกสม ทุนสีอาสงค์

สอบวันที่ 21 ตค 56 เวลาสอบ ห้องสอบ

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 กรรมการกำกับการสอบ 1. 2.

พื้นที่ 5 เหลี่ยม $= \frac{5a^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$



จาก a,b และ c เป็นด้านของรูปใด ๆ

พื้นที่ 5 เหลี่ยม $C = \frac{5a^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

พื้นที่ 5 เหลี่ยม $D = \frac{5b^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

พื้นที่ 5 เหลี่ยม $E = \frac{5c^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

จาก พื้นที่ 5 เหลี่ยม C + พื้นที่ 5 เหลี่ยม D = พื้นที่ 5 เหลี่ยม E

แทนค่า $\frac{5a^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} + \frac{5b^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} = \frac{5c^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

$\frac{5}{4}\cot\frac{\pi}{5}(a^2+b^2) = \frac{5}{4}\cot\frac{\pi}{5}c^2$

$a^2+b^2 = c^2$ ∴

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่ 4 คะแนน

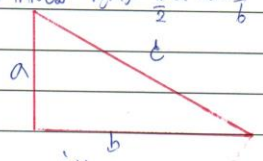
ข้อสอบวิชา..... หมู่เรียน .....

รหัสประจำตัว..... ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่..... เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

รูปครึ่งวงกลม คูณ $\frac{6}{2}a^2\cos\frac{\pi}{6}$



พื้นที่ของครึ่งวงกลมด้าน a : $\frac{6}{2}a^2\cos\frac{\pi}{6}$

พื้นที่ของครึ่งวงกลมด้าน b : $\frac{6}{2}b^2\cos\frac{\pi}{6}$

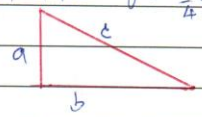
พื้นที่ของครึ่งวงกลมด้าน c : $\frac{6}{2}c^2\cos\frac{\pi}{6}$

$$\frac{6}{2}a^2\cos\frac{\pi}{6}+\frac{6}{2}b^2\cos\frac{\pi}{6}=\frac{6}{2}c^2\cos\frac{\pi}{6}$$

$$\frac{6}{2}\cos\frac{\pi}{6}(a^2+b^2)=\left(\frac{6}{2}\cos\frac{\pi}{6}\right)c^2$$

$$a^2+b^2=c^2$$

รูปเจ็ดเหลี่ยม คูณ $\frac{7}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7}$



พื้นที่ของรูปเจ็ดเหลี่ยมด้าน a : $\frac{7}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7}$

พื้นที่ของรูปเจ็ดเหลี่ยมด้าน b : $\frac{7}{4}b^2\cot\frac{\pi}{7}$

พื้นที่ของรูปเจ็ดเหลี่ยมด้าน c : $\frac{7}{4}c^2\cot\frac{\pi}{7}$

$$\frac{7}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7}+\frac{7}{4}b^2\cot\frac{\pi}{7}=\frac{7}{4}c^2\cot\frac{\pi}{7}$$

$$a^2+b^2=c^2$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่ ๖ คะแนน

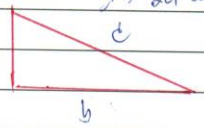
ข้อสอบวิชา..... หมู่เรียน .....

รหัสประจำตัว..... ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่..... เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

รูปเปิดเหลี่ยม พื้นที่ $= \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}bc + \frac{1}{2}\pi c^2$



พื้นที่ ส่วนเหลี่ยมด้าน a $= \frac{1}{2}a^2\cot\frac{\pi}{6}$

พื้นที่ ส่วนเหลี่ยมด้าน b $= \frac{1}{2}b^2\cot\frac{\pi}{6}$

พื้นที่ ส่วนเหลี่ยมด้าน c $= \frac{1}{2}c^2\cot\frac{\pi}{6}$

$$\frac{1}{2}a^2\cot\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2}b^2\cot\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}c^2\cot\frac{\pi}{6}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

รูป ๙ เหลี่ยม พื้นที่ $= \frac{9}{4}a^2\cot\frac{\pi}{9}$

พื้นที่ ๙ เหลี่ยมด้าน a $= \frac{9}{4}a^2\cot\frac{\pi}{9}$

พื้นที่ ๙ เหลี่ยมด้าน b $= \frac{9}{4}b^2\cot\frac{\pi}{9}$

พื้นที่ ๙ เหลี่ยมด้าน c $= \frac{9}{4}c^2\cot\frac{\pi}{9}$

$$\frac{9}{4}a^2\cot\frac{\pi}{9} + \frac{9}{4}b^2\cot\frac{\pi}{9} = \frac{9}{4}c^2\cot\frac{\pi}{9}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่ 6 คะแนน

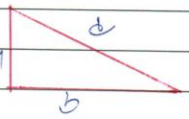
ข้อสอบวิชา..... หมู่เรียน .....

รหัสประจำตัว..... ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่..... เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

สูตร 10 เทอม $\frac{5}{2}a^2\sin\frac{\pi}{10}$



พื้นที่ 10 เหลี่ยม a : $\frac{5}{2}a^2\sin\frac{\pi}{10}$

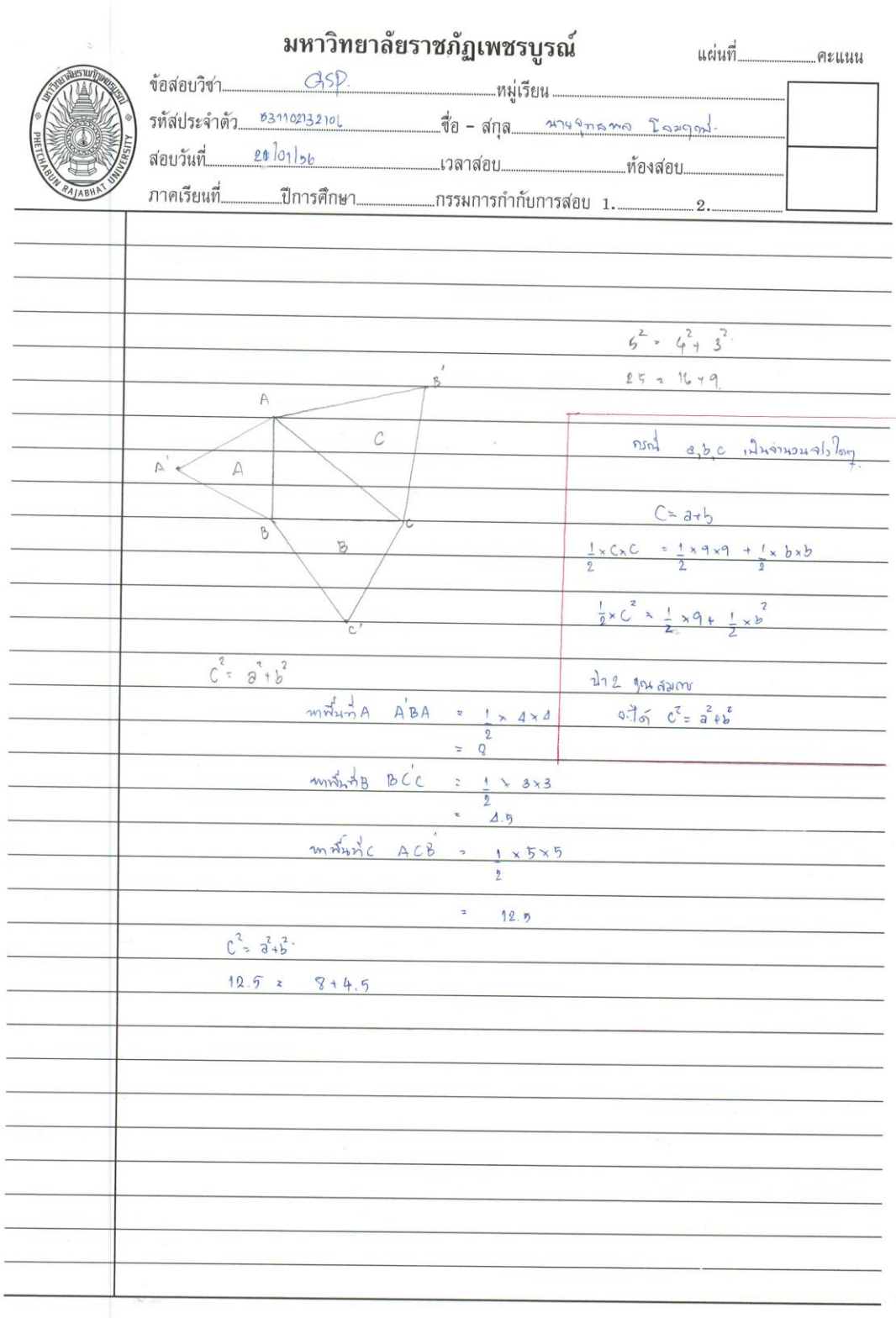
พื้นที่ 10 เหลี่ยม b : $\frac{5}{2}b^2\sin\frac{\pi}{10}$

พื้นที่ 10 เหลี่ยม c : $\frac{5}{2}c^2\sin\frac{\pi}{10}$

$\frac{5}{2}a^2\sin\frac{\pi}{10} + \frac{5}{2}b^2\sin\frac{\pi}{10} = \frac{5}{2}c^2\sin\frac{\pi}{10}$

$a^2+b^2=c^2$

แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ นายยุทธพล โอมฤกษ์



มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่..... คะแนน

ข้อสอบวิชา GSP. หมู่เรียน .....

รหัสประจำตัว 63110213206 ชื่อ - สกุล นายยุทธพล โอมฤกษ์

สอบวันที่ 20/07/56 เวลาสอบ ..... ห้องสอบ .....

ภาคเรียนที่ ..... ปีการศึกษา ..... กรรมการกำกับการสอบ 1. ..... 2. .....

$5^2 = 4^2 + 3^2$

$25 = 16 + 9$

A, B, C, A', B', C'

กรณี a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ

$C = a + b$

$\frac{1}{2} \times C \times C = \frac{1}{2} \times 9 \times 9 + \frac{1}{2} \times b \times b$

$\frac{1}{2} \times C^2 = \frac{1}{2} \times 9 + \frac{1}{2} \times b^2$

$C^2 = a^2 + b^2$

ข้าง 2 คูณสมการ

ดังนั้น $C^2 = a^2 + b^2$

พื้นที่ A $A'BA = \frac{1}{2} \times 4 \times 4$

$= 8$

พื้นที่ B $BC'C = \frac{1}{2} \times 3 \times 3$

$= 4.5$

พื้นที่ C $ACB' = \frac{1}{2} \times 5 \times 5$

$= 12.5$

$C^2 = a^2 + b^2$

$12.5 = 8 + 4.5$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

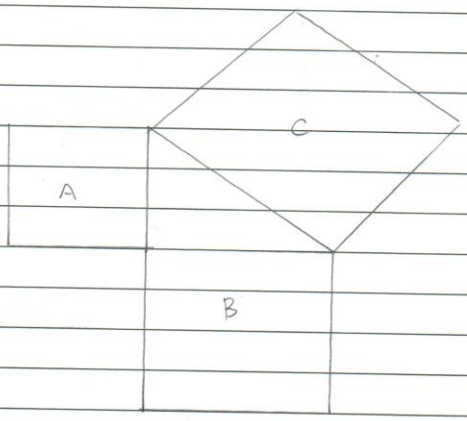
แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา dsp หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 53n62132106 ชื่อ - สกุล นายยุทธพล โฉมกุล.

สอบวันที่ 31/03/56. เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



กำหนดให้ j,k,l เป็นจำนวนจริงใดๆ

พื้นที่สี่เหลี่ยม $A'C'+A'C$ = พื้นที่สี่เหลี่ยม $ABCA+A$ สี่เหลี่ยม $AJ'A'A''$

$j \times j \quad k \times k = j \times i + j \times j$

$k^2 = j^2 + j^2$

สรุป. พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส = พื้นที่สี่เหลี่ยมมุมฉาก ทั้ง 2 รูป.

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส คือ $k^2 = j^2 + j^2$.

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

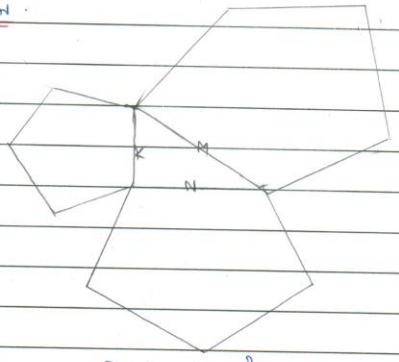
ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 53702132106 ชื่อ - สกุล นายยุทธพล ไชยคุณ

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูป 5 เหลี่ยม.



ให้ k, m และ n เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

โดย k และ n เป็นด้าน ฝั่งกลับมุมฉากของรูป Δ kmN.

พื้นที่รูป 5 เหลี่ยม $\frac{5m^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

พื้นที่รูป 5 เหลี่ยม $\frac{5k^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

พื้นที่รูป 5 เหลี่ยม $\frac{5n^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

ต้องการ $\frac{5m^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} = \frac{5k^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} + \frac{5n^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$.

นำ $\frac{4}{5}$ คูณ $m^2\cot\frac{\pi}{5} = k^2\cot\frac{\pi}{5} + n^2\cot\frac{\pi}{5}$.

นำ $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{5}}$ คูณ จะได้ $m^2 = k^2 + n^2$.

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

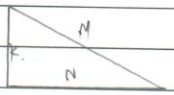
ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021321O6 ชื่อ - สกุล นายชัยพรณ ค โพธิ์ศรี.

สอบวันที่ 21/02/56. เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูป หก เหลี่ยม.



ให้ k, m และ n เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ.

โดย k และ n เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉากของรูป Δ KMN.

พื้นที่ของรูป 6 เหลี่ยม. $\frac{6m^2}{2}\cos\frac{\pi}{6}$.

พื้นที่ของรูป 6 เหลี่ยม. $\frac{6k^2}{2}\cos\frac{\pi}{6}$.

พื้นที่ของรูป 6 เหลี่ยม. $\frac{6n^2}{2}\cos\frac{\pi}{6}$.

$$\frac{6m^2}{2}\cos\frac{\pi}{6} = \frac{6k^2}{2}\cos\frac{\pi}{6} + \frac{6n^2}{2}\cos\frac{\pi}{6}$$

นำ $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ คูณในสมการ.

จะได้ว่า $m^2 = k^2 + n^2$.

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

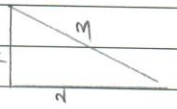
ข้อสอบวิชา GED หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 53102132106 ชื่อ - สกุล นายยุทธพล โลดกลาง

สอบวันที่ 27/08/56. เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูป 7 เหลี่ยม.



ให้ k, m และ n เป็นจำนวนจริงบวก ใดๆ.

โดย k และ n เป็นด้านประกอบมุม ภาย ของรูป Δ kmn.

พิสูจน์ รูป 8 เหลี่ยม. $\frac{7}{4}m^2 \cot\frac{\pi}{7}$

" $\frac{7}{4}k^2 \cot\frac{\pi}{7}$

" $\frac{7}{4}m^2 \cot\frac{\pi}{7}$

จาก $\frac{7}{4}m^2\cot\frac{\pi}{7} = \frac{7}{4}m^2\cot\frac{\pi}{7} + \frac{7}{4}k^2\cot\frac{\pi}{7}$

นำ $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{7}}$ คูณ ตลอด.

จะได้ $\frac{7}{4}n^2 = \frac{7}{4}m^2 + 7k^2$

นำ $\frac{4}{7}$ คูณตลอด

จะได้ $n^2 = m^2 + k^2$.

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

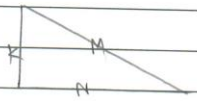
ข้อสอบวิชา GSP. หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021321061 ชื่อ - สกุล นายนพดล ไชยฤาษี.

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูป 8 เหลี่ยม.



ให้ KM แทน n. เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ.

โดย KN แทน n เป็นด้านประกอบมุมฉากของรูป $\triangle KMN$.

พื้นที่รูป แปดเหลี่ยม. $8m^2 \cot \frac{\pi}{8}$

พื้นที่รูป แปดเหลี่ยม. $8k^2 \cot \frac{\pi}{8}$

พื้นที่รูป แปดเหลี่ยม $8n^2 \cot \frac{\pi}{8}$

$$8m^2 \cot \frac{\pi}{8} = 8k^2 \cot \frac{\pi}{8} + 8n^2 \cot \frac{\pi}{8}$$

ทำ $\frac{1}{2}$ ตลอดในสมการ.

จะได้ $m^2 = k^2 + n^2$.

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

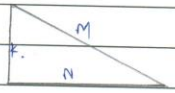
ข้อสอบวิชา GSP. หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 53102132106. ชื่อ - สกุล นายนฤทัย โพธิ์ดี

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

พื้นที่ทำข้อสอบ



ให้ k, m และ n เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

โดย k และ n เป็นด้านประกอบมุมฉากของรูป $\triangle$ kmn.

พื้นที่ครึ่งวงกลม ที่ทำเส้นผ่าศูนย์กลาง $\frac{9}{4}m^2\cot\frac{\pi}{9}$

" $\frac{9}{4}k^2\cot\frac{\pi}{9}$

" $\frac{9}{4}n^2\cot\frac{\pi}{9}$

จาก $\frac{9}{4}m^2\cot\frac{\pi}{9} = \frac{9}{4}n^2\cot\frac{\pi}{9} + \frac{9}{4}k^2\cot\frac{\pi}{9}$

นำ $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{9}}$ คูณตลอด

จะได้ $\frac{9}{4}m^2 = \frac{9}{4}n^2 + \frac{9}{4}k^2$

นำ $\frac{4}{9}$ คูณในสมการ

จะได้ $m^2 = n^2 + k^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

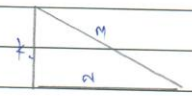
ข้อสอบวิชา GSP. หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 53102132104 ชื่อ - สกุล นายยุทธนา โคตรกุล.

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูป 10 เหลี่ยม



ให้ k, m และ n เป็นความยาวของรูปใดๆ.

โดย k และ n เป็นความยาวของรูป Δ kmd.

พื้นที่รูป 10 เหลี่ยม $\frac{5m^2\cot\frac{\pi}{10}}{2} = \frac{5m^2\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}$

พื้นที่รูป 10 เหลี่ยม $\frac{5k^2\cot\frac{\pi}{10}}{2} = \frac{5k^2\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}$

พื้นที่รูป 6 เหลี่ยม $\frac{5n^2\cot\frac{\pi}{10}}{2} = \frac{5n^2\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}$

จาก $\frac{5n^2\cot\frac{\pi}{6}}{2} = \frac{5m^2\cot\frac{\pi}{10}}{2} + \frac{5k^2\cot\frac{\pi}{6}}{2}$

นำ $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{10}}$ คูณในสมการ.

จะได้ $\frac{5n^2}{2} = \frac{5m^2}{2} + \frac{5k^2}{2}$

นำ $\frac{2}{5}$ คูณตลอด.

จะได้ $n^2 = m^2+k^2$.

แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ นางสาวสุธาสินี เลิศคอนสาร

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

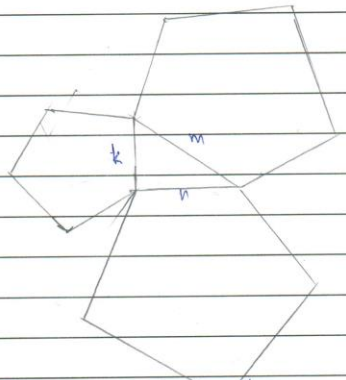
ข้อสอบวิชา..... หมู่เรียน 5311021321

รหัสประจำตัว 5311021321108 ชื่อ - สกุล น.ส. สุทธาสินี เลิศคอนสาร

สอบวันที่ 21 ก.พ. 56 เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

รูปห้าเหลี่ยม.



ให้ k, m และ n $\in \mathbb{R}^+$ ที่ k และ n เป็นด้านประกอบมุมฉากของรูป Δ kmn

พิจารณารูปห้าเหลี่ยม $\frac{5m^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

n ——— n $\frac{5k^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

n ——— n $\frac{5n^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

พิจารณา $\frac{5m^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} = x$

สรุปว่า $\frac{5m^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} = \frac{5k^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} + \frac{5n^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

นำ $\frac{4}{5}$ คูณ $m^2\cot\frac{\pi}{5} = k^2\cot\frac{\pi}{5} + n^2\cot\frac{\pi}{5}$

นำ 1 คูณ จะได้ $m^2 = k^2 + n^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

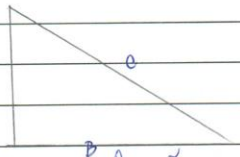
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน 5311021321

รหัสประจำตัว 5311021321108 ชื่อ - สกุล น.ส. ศศิวิมล เสียงสาร

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูป 6 เหลี่ยม.



จาก A, B, C เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่ง A, B เป็นด้านประกอบมุมฉากของ ΔABC

พื้นที่รูปหกเหลี่ยม $\frac{b}{2}C^2 \sin\frac{\pi}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{2}C^2$

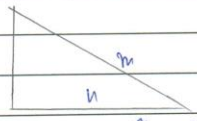
" $\frac{b}{2}A^2 \sin\frac{\pi}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{2}A^2$

" $\frac{b}{2}B^2 \sin\frac{\pi}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{2}B^2$

ดังนั้น $\frac{3\sqrt{3}}{2}C^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}A^2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}B^2$

จัดรูป $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ ตลอดสมการ จะได้ $C^2 = A^2 + B^2$

รูป 7 เหลี่ยม.



จาก k, m และ n เป็นด้านของรูปหลายเหลี่ยมใดๆ ซึ่ง k และ n เป็นด้านประกอบมุม $\frac{\pi}{7}$ ของรูป Δkmn

พิสูจน์รูป 7 เหลี่ยม. $\frac{7}{A}m^2 \cot\frac{\pi}{7}$

" $\frac{7}{4}k^2 \cot\frac{\pi}{7}$

" $\frac{7}{4}n^2 \cot\frac{\pi}{7}$

จัดรูปสมการ $\frac{7}{A}m^2\cot\frac{\pi}{7} = \frac{7}{4}k^2\cot\frac{\pi}{7} + \frac{7}{4}n^2\cot\frac{\pi}{7}$

นำ $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{7}}$ มาคูณ $m^2 = k^2 + n^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

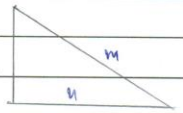
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

8 เหลี่ยม.



ให้ k, m, n เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง k และ n เป็นด้านประกอบมุมภายในรูป Δ ใดๆ

พื้นที่รูปแปดเหลี่ยม $2m^2 \cot\frac{\pi}{8}$

n —— n $2k^2 \cot\frac{\pi}{8}$

n —— n $2n^2 \cot\frac{\pi}{8}$

พิจารณา $2m^2 \cot\frac{\pi}{8} = 2k^2 \cot\frac{\pi}{2} + 2n^2 \cot\frac{\pi}{8}$

ข้อ $\frac{1}{2}$ สูตรในสมการสามารถ $m^2 = k^2 + n^2$

9 เหลี่ยม. รูปที่ $\frac{9}{4} a^2 \cot\frac{\pi}{9}$

พื้นที่ 9 เหลี่ยม $a = \frac{9}{4} a^2 \cot\frac{\pi}{9}$

n —— n $b = \frac{9}{4} b^2 \cot\frac{\pi}{9}$

n —— n $c = \frac{9}{4} c^2 \cot\frac{\pi}{9}$

$$\frac{9}{4} a^2 \cot\frac{\pi}{9} + \frac{9}{4} b^2 \cot\frac{\pi}{9} = \frac{9}{4} c^2 \cot\frac{\pi}{9}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

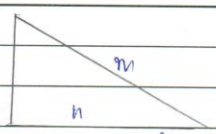
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

10 หน้า 48.



จาก k, m, และ n เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยม ใดๆ ที่ k และ n เป็นด้านประกอบมุม Δkmn

พื้นที่รูปสามเหลี่ยม $\frac{1}{2}m^2\cot\frac{\pi}{10} = \frac{1}{2}m^2\sqrt{5+2\sqrt{5}}$

$\frac{1}{2}k^2\cot\frac{\pi}{10} = \frac{1}{2}k^2\sqrt{5+2\sqrt{5}}$

$\frac{1}{2}n^2\cot\frac{\pi}{10} = \frac{1}{2}n^2\sqrt{5+2\sqrt{5}}$

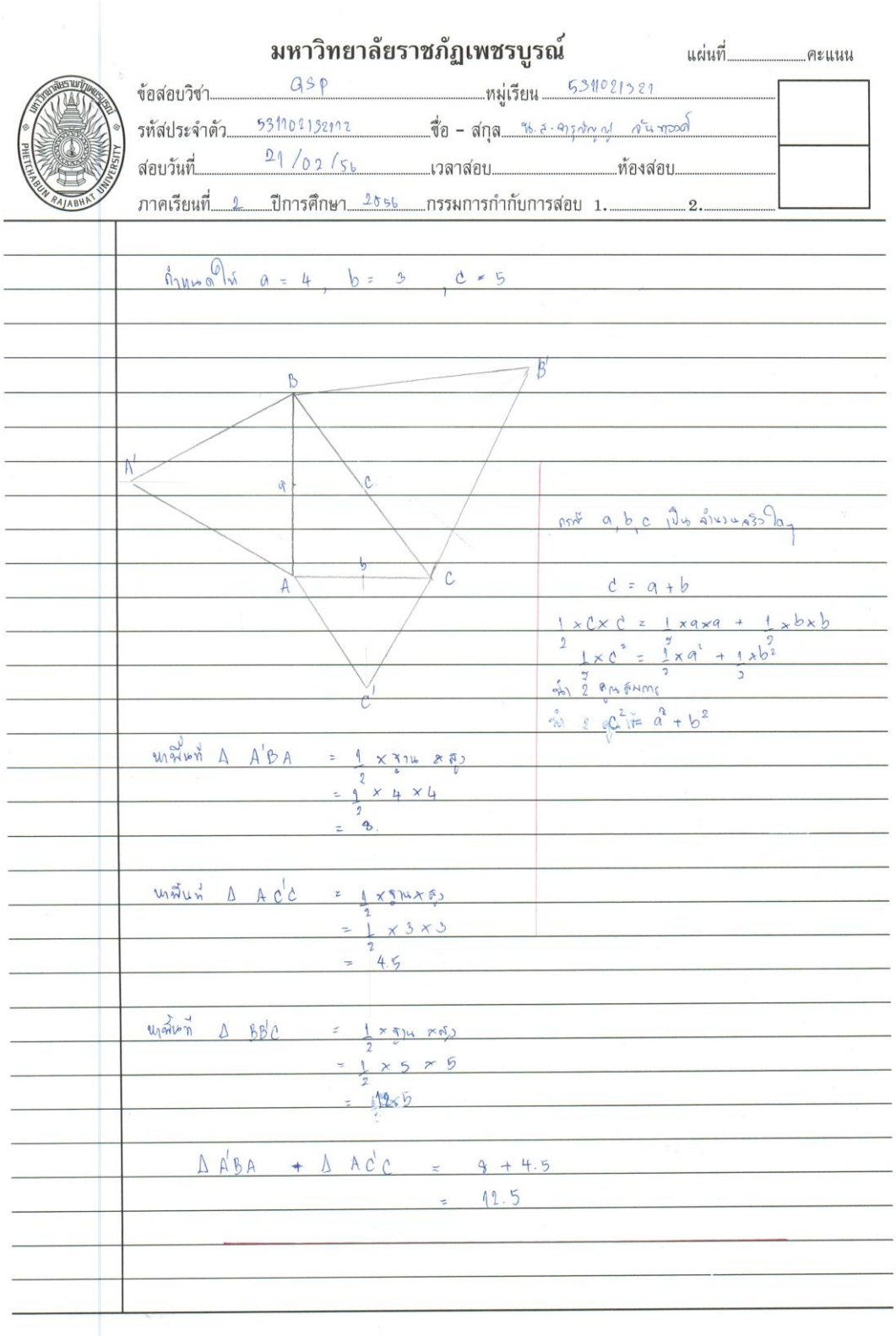
ดังนั้น $\frac{1}{2}m^2\cot\frac{\pi}{10} = \frac{1}{2}k^2\cot\frac{\pi}{10} + \frac{1}{2}n^2\cot\frac{\pi}{10}$

หาร $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{10}}$ ตลอดสมการ

จะได้ $\frac{1}{2}m^2 = \frac{1}{2}k^2 + \frac{1}{2}n^2$

คูณ $\frac{2}{5}$ ตลอดจะได้ $m^2 = k^2 + n^2$

แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ นางสาวจารุกัญ จันทรวงศ์



มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน 53110213121

รหัสประจำตัว 53110213212 ชื่อ - สกุล น.ส. จารุกัญญา จันทรวงศ์

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ ห้องสอบ

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 กรรมการกำกับการสอบ 1. 2.

กำหนดให้ a = 4, b = 3, c = 5

กรณี a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ

c = a + b

$\frac{1}{2} \times c \times c = \frac{1}{2} \times a \times a + \frac{1}{2} \times b \times b$

$\frac{1}{2} \times c^2 = \frac{1}{2} \times a^2 + \frac{1}{2} \times b^2$

คูณ 2 ตลอดทั้งสมการ

ดังนั้น $c^2 = a^2 + b^2$

พื้นที่ $\Delta A'BA = \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4$

$= 8$

พื้นที่ $\Delta AC'C = \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 3$

$= 4.5$

พื้นที่ $\Delta BB'C = \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 5$

$= 12.5$

$\Delta A'BA + \Delta AC'C = 8 + 4.5$

$= 12.5$

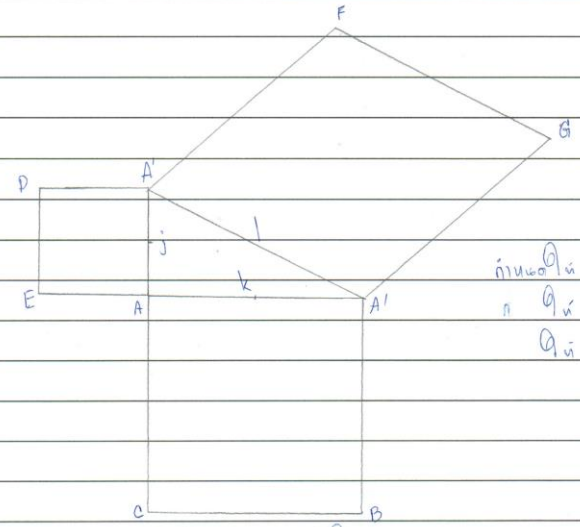
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 53110213218 ชื่อ - สกุล น.ส. สาริศา ลันทวงศ์

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



กำหนดให้ l เป็นด้านของพื้นที่ □ A'A'FG

ให้ j เป็นด้านของพื้นที่ □ DA'EA

ให้ k เป็นด้านของพื้นที่ □ ACBA'

ก็จะได้ j, k, l เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

พื้นที่ □ A'A'FG = พื้นที่ □ DA'EA + พื้นที่ ACBA'

$l \times l = j \times j + k \times k$

$l^2 = j^2 + k^2$

∴ พื้นที่ □ ตรงข้ามมุมฉาก = พื้นที่ □ สี่เหลี่ยมจัตุรัสของมุมฉาก 2 รูป

นั่นคือ สอดคล้องกับทฤษฎีบทที่เป็น $l^2 = j^2 + k^2$

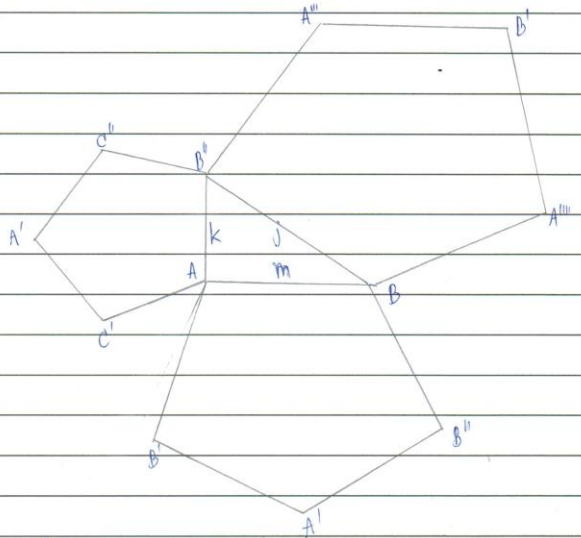
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 53110213232 ชื่อ - สกุล น.ส. จารุลักษณ์ สันทวงค์

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



จาก k, m, j เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จาก

โดย k แทน ความยาวของรูปสามเหลี่ยม kmj

พื้นที่รูปห้าเหลี่ยม $\frac{5j^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

พื้นที่รูปห้าเหลี่ยม $\frac{5k^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

พื้นที่รูปห้าเหลี่ยม $\frac{5m^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

จาก $\frac{5j^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} = \frac{5k^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} + \frac{5m^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

หาร $\frac{4}{5}$ ตลอดสมการ $j^2\cot\frac{\pi}{5} = k^2\cot\frac{\pi}{5} + m^2\cot\frac{\pi}{5}$

หาร $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{5}}$ ตลอดสมการ $j^2 = k^2 + m^2$

ดังนั้น $j^2 = k^2 + m^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

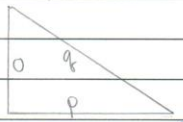
ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 53102132119 ชื่อ - สกุล น.ส. พรสิณี จันทวงศ์

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูปหกเหลี่ยม



ดังนั้น Opq เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

โดย O, p เป็นด้านประกอบมุมมุมหนึ่งของรูปสามเหลี่ยม Opq

พิจารณา พื้นที่รูปหกเหลี่ยม $\frac{6}{2}q^2 \cos\frac{\pi}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{2}q^2$

พื้นที่รูปหกเหลี่ยม $\frac{6}{2}q^2 \cos\frac{\pi}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{2}O^2$

พื้นที่รูปหกเหลี่ยม $\frac{6}{2}p^2 \cos\frac{\pi}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{2}p^2$

จาก $\frac{3\sqrt{3}}{2}q^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}O^2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}p^2$

คูณ $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ ตลอดสมการ

จะได้ $q^2 = O^2 + p^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

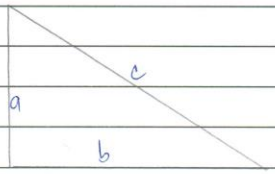
ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน

รหัสประจำตัว 5311021321112 ชื่อ - สกุล นส.ธ. ทรุสณี สันทวงศ์

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูปเจ็ดเหลี่ยม



ให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงบวก ใดๆ

โดย a, b เป็นด้านประกบมุมฉากของ Δ abc

พิจารณา พื้นที่รูปเจ็ดเหลี่ยม $\frac{7a^2}{4}\cot\frac{\pi}{7}$

พื้นที่รูปเจ็ดเหลี่ยม $\frac{7b^2}{4}\cot\frac{\pi}{7}$

พื้นที่รูปเจ็ดเหลี่ยม $\frac{7c^2}{4}\cot\frac{\pi}{7}$

จาก $\frac{7c^2}{4}\cot\frac{\pi}{7} = \frac{7a^2}{4}\cot\frac{\pi}{7} + \frac{7b^2}{4}\cot\frac{\pi}{7}$

หาร $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{7}}$ ตลอดสมการ

จะได้ $\frac{7c^2}{4} = \frac{7a^2}{4} + \frac{7b^2}{4}$

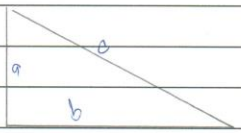
หาร $\frac{4}{7}$ ตลอดสมการ

จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่..... คะแนน

ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน .....
รหัสประจำตัว 53110213211 2 ชื่อ - สกุล น.ส. ปารถัณย์ สันทวงศ์
สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ ..... ห้องสอบ .....
ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 กรรมการกำกับการสอบ 1. ..... 2. .....

รูปแปดเหลี่ยม



ให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงบวก ๆ

โดย a, b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยม abc

พิจารณา พื้นที่รูปแปดเหลี่ยม $2a^2\cot\frac{\pi}{8} = 2(1+\sqrt{2})a^2$

พื้นที่รูปแปดเหลี่ยม $2b^2\cot\frac{\pi}{8} = 2(1+\sqrt{2})b^2$

พื้นที่รูปแปดเหลี่ยม $2c^2\cot\frac{\pi}{8} = 2(1+\sqrt{2})c^2$

จาก $2c^2\cot\frac{\pi}{8} = 2a^2\cot\frac{\pi}{8} + 2b^2\cot\frac{\pi}{8}$

หาร $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{8}}$ ตลอดสมการ

จะได้ $2c^2 = 2a^2 + 2b^2$

หาร $\frac{1}{2}$ ตลอดสมการ

จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่..... คะแนน

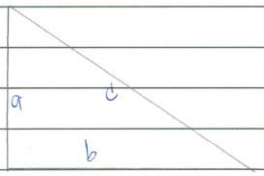
ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน .....

รหัสประจำตัว 53110219212 ชื่อ - สกุล น.ส.จารุศิญญ์ สันทวงศ์

สอบวันที่..... เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

รูปเก้าเหลี่ยม



ให้ a,b,c เป็นด้านของรูปใดๆ

โดย a,b เป็นด้านประกบมุมฉาก Δabc

พิสูจน์ พื้นที่รูปเก้าเหลี่ยม $\frac{9a^2\cot\frac{\pi}{9}}{4}$

พื้นที่รูปเก้าเหลี่ยม $\frac{9b^2\cot\frac{\pi}{9}}{4}$

พื้นที่รูปเก้าเหลี่ยม $\frac{9c^2\cot\frac{\pi}{9}}{4}$

จาก $\frac{9c^2\cot\frac{\pi}{9}}{4} = \frac{9a^2\cot\frac{\pi}{9}}{4} + \frac{9b^2\cot\frac{\pi}{9}}{4}$

คูณ $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{9}}$ ทุกพจน์ สมการ

จะได้ $\frac{9c^2}{4} = \frac{9a^2}{4} + \frac{9b^2}{4}$

คูณ $\frac{4}{9}$ ทุกพจน์ สมการ

จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

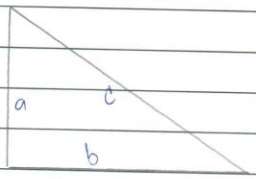
ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021302112 ชื่อ - สกุล น.ส. จารุสิญญ์ ลันทวงศ์

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูปสิบเหลี่ยม



ให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

สมมุติ a, b เป็นด้านประกอบมุมฉากรูปสามเหลี่ยม abc

พิจารณา พื้นที่รูปสิบเหลี่ยม $\frac{5a^2}{2}\cot\frac{\pi}{10} = \frac{5a^2\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}$

พื้นที่รูปสิบเหลี่ยม $\frac{5b^2}{2}\cot\frac{\pi}{10} = \frac{5b^2\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}$

พื้นที่รูปสิบเหลี่ยม $\frac{5c^2}{2}\cot\frac{\pi}{10} = \frac{5b^2\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}$

จาก $\frac{5c^2}{2}\cot\frac{\pi}{10} = \frac{5a^2}{2}\cot\frac{\pi}{10} + \frac{5b^2}{2}\cot\frac{\pi}{10}$

หาร $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{10}}$ ตลอดสมการ

จะได้ $\frac{5c^2}{2} = \frac{5a^2}{2} + \frac{5b^2}{2}$

หาร $\frac{2}{5}$ ตลอดสมการ

จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ นายวิสุทธิ์ ชีพอุดม

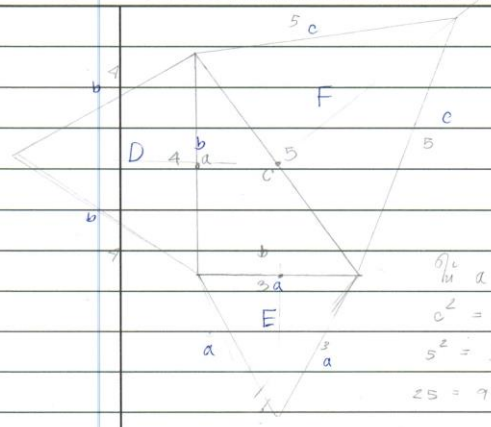
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021321114 ชื่อ - สกุล นายวิสุทธิ์ ชีพอุดม

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



ให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงใดๆ

ให้ $a = 3, b = 4, c = 5$

$c^2 = a^2 + b^2$

$5^2 = 3^2 + 4^2$

$25 = 9 + 16$

$25 = 25$

พื้นที่ D $= \sqrt{3a(3a-a)(3a-a)(3a-a)} = \sqrt{3a \cdot 8a^3} = a^2\sqrt{24}$

พื้นที่ E $= \sqrt{3b(3b-b)(3b-b)(3b-b)} = \sqrt{3b \cdot 8b^3} = b^2\sqrt{24}$

พื้นที่ F $= \sqrt{3c(3c-c)(3c-c)(3c-c)} = \sqrt{3c \cdot 8c^3} = c^2\sqrt{24}$

จากพื้นที่ D+E = F

$a^2\sqrt{24} + b^2\sqrt{24} = c^2\sqrt{24}$

$\sqrt{24}(a^2+b^2) = \sqrt{24}c^2$

$\frac{\sqrt{24}(a^2+b^2)}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{24}c^2}{\sqrt{24}}$

$a^2 + b^2 = c^2$

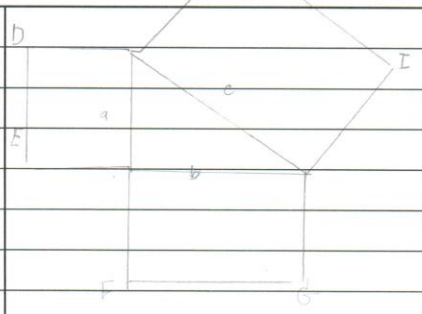
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 63110213214 ชื่อ - สกุล นาย ธิติ สีพอดม

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



พท.□ ABDE $= a^2$

พท.□ ACFG $= b^2$

พท.□ BCHI $= c^2$

จาก พท.□ ABDE + □ ACFG = □ BCHI

$a^2 + b^2 = c^2$

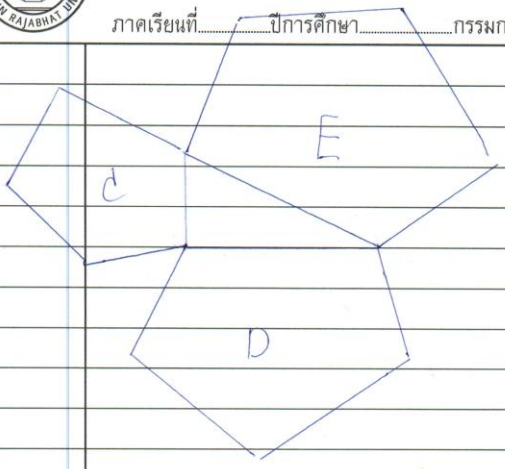
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021321114 ชื่อ - สกุล นาย วิสุทธิ์ ปิยะอุดม

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



สูตร $\frac{5}{4}a^2\cot\frac{\pi}{5}$

ให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

พื้นที่ 5 เหลี่ยม $C = \frac{5}{4}a^2\cot\frac{\pi}{5}$

พื้นที่ 5 เหลี่ยม $D = \frac{5}{4}b^2\cot\frac{\pi}{5}$

พื้นที่ 5 เหลี่ยม $E = \frac{5}{4}c^2\cot\frac{\pi}{5}$

จากพื้นที่ 5 เหลี่ยม C + พื้นที่ 5 เหลี่ยม D = พื้นที่ 5 เหลี่ยม E

แทนค่า $\frac{5}{4}a^2\cot\frac{\pi}{5} + \frac{5}{4}b^2\cot\frac{\pi}{5} = \frac{5}{4}c^2\cot\frac{\pi}{4}$

$\frac{5}{4}\cot\frac{\pi}{5}(a^2+b^2) = \frac{5}{4}\cot\frac{\pi}{5}c^2$

$a^2+b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

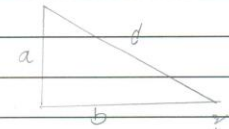
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 63110213211 4 ชื่อ - สกุล นายวุฒิชัย ลีพอดาม

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

หกเหลี่ยม



สูตร $\frac{6}{2}a^2\cos\frac{\pi}{6}$

พื้นที่ของ หกเหลี่ยมด้าน a $= \frac{6}{2}a^2\cos\frac{\pi}{6}$

พื้นที่ของ หกเหลี่ยมด้าน b $= \frac{6}{2}b^2\cos\frac{\pi}{6}$

พื้นที่ของ หกเหลี่ยมด้าน c $= \frac{6}{2}c^2\cos\frac{\pi}{6}$

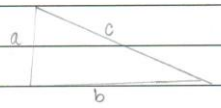
$$\frac{6}{2}a^2\cos\frac{\pi}{6} + \frac{6}{2}b^2\cos\frac{\pi}{6} = \frac{6}{2}c^2\cos\frac{\pi}{6}$$

$$\frac{6}{2}\cos\frac{\pi}{6}(a^2+b^2) = \left(\frac{6}{2}\cos\frac{\pi}{6}\right)c^2$$

$$a^2+b^2=c^2$$

เจ็ดเหลี่ยม

สูตร $\frac{7}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7}$



พื้นที่ของ เจ็ด เหลี่ยม ด้าน a $= \frac{7}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7}$

พื้นที่ของ เจ็ด เหลี่ยม ด้าน b $= \frac{7}{4}b^2\cot\frac{\pi}{7}$

พื้นที่ของ เจ็ด เหลี่ยม ด้าน c $= \frac{7}{4}c^2\cot\frac{\pi}{7}$

$$\frac{7}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7} + \frac{7}{4}b^2\cot\frac{\pi}{7} = \frac{7}{4}c^2\cot\frac{\pi}{7}$$

$$a^2+b^2=c^2$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

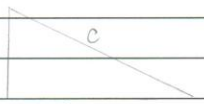
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

ข้อ 1 รูปหกเหลี่ยม สูตร $2a^2\cot\frac{\pi}{4}$



พื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้าน a $= 2a^2\cot\frac{\pi}{4}$

พื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้าน b $= 2b^2\cot\frac{\pi}{4}$

พื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้าน c $= 2c^2\cot\frac{\pi}{4}$

$$2a^2\cot\frac{\pi}{4} + 2b^2\cot\frac{\pi}{4} = 2c^2\cot\frac{\pi}{4}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

ข้อ 1 เก้าเหลี่ยม สูตร $\frac{a}{4}a^2\cot\frac{\pi}{4}$

พื้นที่เก้าเหลี่ยมด้าน a $= \frac{a}{4}a^2\cot\frac{\pi}{4}$

พื้นที่เก้าเหลี่ยมด้าน b $= \frac{a}{4}b^2\cot\frac{\pi}{4}$

พื้นที่เก้าเหลี่ยมด้าน c $= \frac{a}{4}c^2\cot\frac{\pi}{4}$

$$\frac{a}{4}a^2\cot\frac{\pi}{4} + \frac{a}{4}b^2\cot\frac{\pi}{4} = \frac{a}{4}c^2\cot\frac{\pi}{4}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

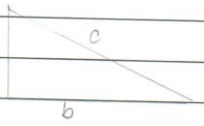
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

หาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม $\frac{5}{2}a^2\cot\frac{\pi}{10}$



พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมของด้าน a $= \frac{5}{2}a^2\cot\frac{\pi}{10}$

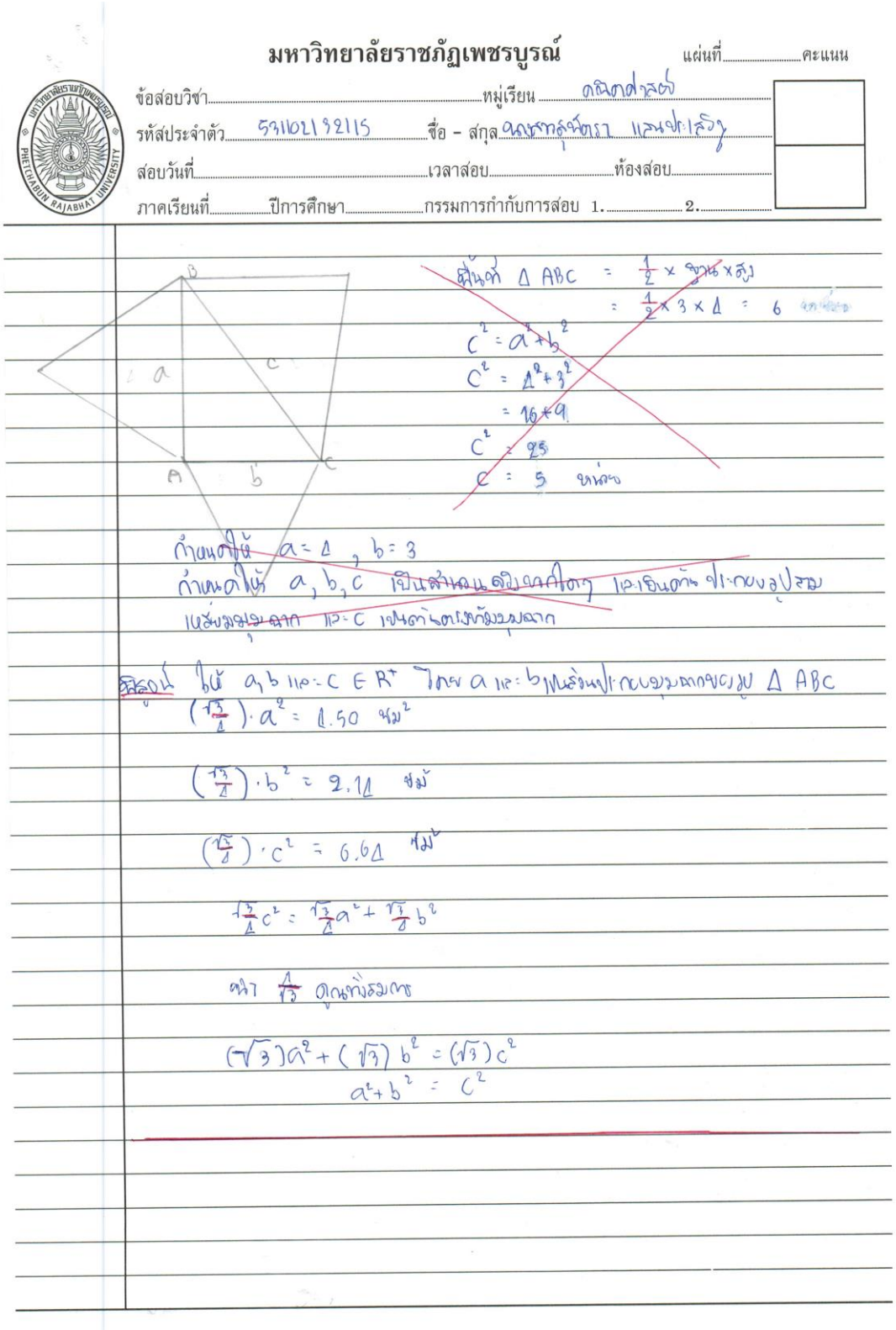
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมของด้าน b $= \frac{5}{2}b^2\cot\frac{\pi}{10}$

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมของด้าน c $= \frac{5}{2}c^2\cot\frac{\pi}{10}$

$$\frac{5}{2}a^2\cot\frac{\pi}{10} + \frac{5}{2}b^2\cot\frac{\pi}{10} = \frac{5}{2}c^2\cot\frac{\pi}{10}$$

$$a^2+b^2=c^2$$

แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ นางสาวสุพัตรา แสนประเสริฐ



มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่ ..... คะแนน

ข้อสอบวิชา ..... หมู่เรียน คณิตศาสตร์

รหัสประจำตัว 5311021922115 ชื่อ - สกุล สุพัตรา แสนประเสริฐ

สอบวันที่ ..... เวลาสอบ ..... ห้องสอบ .....

ภาคเรียนที่ ..... ปีการศึกษา ..... กรรมการกำกับการสอบ 1. ..... 2. .....

พื้นที่ $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ ตารางหน่วย

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 4^2 + 3^2$

$= 16 + 9$

$c^2 = 25$

$c = 5$ หน่วย

กำหนดให้ $a = 4$, $b = 3$

กำหนดให้ a, b, c เป็นสามจำนวนเต็มบวกที่ a และ b เป็นความยาวด้านประกอบมุมฉาก

เมื่อ a และ b เป็นความยาวด้านประกอบมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

พิสูจน์ ให้ a, b และ $c \in R^+$ โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประกอบมุมฉากของรูป ΔABC

$(\frac{\sqrt{3}}{4}) \cdot a^2 = 1.50$ ตร.ซม.

$(\frac{\sqrt{3}}{4}) \cdot b^2 = 2.14$ ตร.ซม.

$(\frac{\sqrt{3}}{4}) \cdot c^2 = 6.64$ ตร.ซม.

$\frac{\sqrt{3}}{4} c^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} b^2$

คูณ $\frac{4}{\sqrt{3}}$ ตลอดทั้งสมการ

$(\sqrt{3})a^2 + (\sqrt{3})b^2 = (\sqrt{3})c^2$

$a^2 + b^2 = c^2$

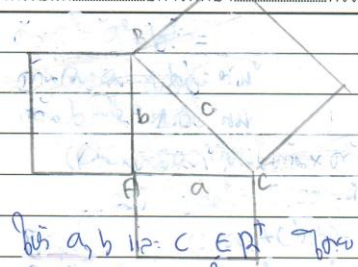
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



ให้ a, b และ c $\in R^+$ โดย a และ b เป็นส่วนประกอบของมุมฉากของรูป $\triangle ABC$

สูตร ทฤษฎี $c^2 = a^2 + b^2$

$a \cdot a = 1.00$ ซม^2

$b \cdot b = 4.00$ ซม^2

$c \cdot c = 5.00$ ซม^2

$1.00 + 4.00 = 5.00$ ซม^2

สรุปว่า $(a \cdot a) + (b \cdot b) = c \cdot c$

$\therefore a^2 + b^2 = c^2$

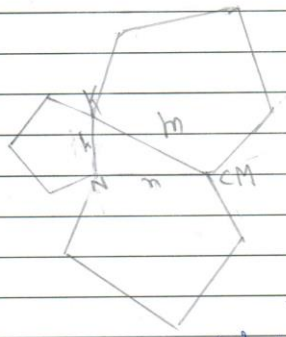
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



รูปวง 5 เหลี่ยม $A = \frac{5a^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

ให้ K, m, และ n $\in R^+$ โดยที่ K และ n เป็นส่วนสูงของรูป ΔKmn

พื้นที่ของรูป 5 เหลี่ยม $\frac{5m^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

" $\frac{5K^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

" $\frac{5n^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

จาก $\frac{5m^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} = \frac{5K^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} + \frac{5n^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

คูณ $\frac{4}{5}$ ตลอด $m^2\cot\frac{\pi}{5} = K^2\cot\frac{\pi}{5} + n^2\cot\frac{\pi}{5}$

หาร $\cot\frac{\pi}{5}$ ตลอด $m^2 = K^2 + n^2$

จะได้ $m^2 = K^2+n^2$

$\therefore m^2 = K^2+n^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

ทฤษฎี 6 เซตของ $3\sqrt{\frac{3}{2}}(s^2)$

ให้ k, m และ $n \in R^+$ โดย k และ n เป็นส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยม $\triangle ABC$

พิจารณาครึ่งวงกลม 6 เซตของ $3\frac{\sqrt{3}}{2}(k^2)$

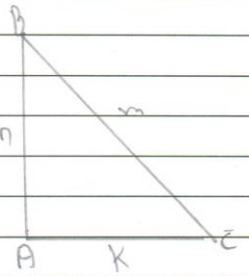
" $3\frac{\sqrt{3}}{2}(n^2)$

" $3\frac{\sqrt{3}}{2}(m^2)$

จาก $3\frac{\sqrt{3}}{2}(m^2) = 3\frac{\sqrt{3}}{2}(k^2) + 3\frac{\sqrt{3}}{2}(n^2)$

คูณ $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ ตลอดสมการทั้งหมด

$\therefore m^2 = k^2 + n^2$



มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่..... คะแนน

ข้อสอบวิชา..... หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว..... ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่..... เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

ทฤษฎี ๗ แสดงว่า $A = \frac{7}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7}$

ให้ k, m และ $n \in \mathbb{R}^+$ ซึ่ง k และ n เป็นส่วนประกอบของมาตราส่วนของ $\triangle ABC$

พิจารณาภาคตัดกรวยรูป ๗ แสดงว่า $\frac{7}{4}k^2\cot\frac{\pi}{7}$

" $\frac{7}{4}n^2\cot\frac{\pi}{7}$

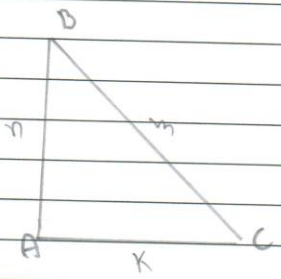
" $\frac{7}{4}m^2\cot\frac{\pi}{7}$

จาก $\frac{7}{4}m^2\cot\frac{\pi}{7} = \frac{7}{4}n^2\cot\frac{\pi}{7} + \frac{7}{4}k^2\cot\frac{\pi}{7}$

นำ $\frac{4}{7}$ คูณแล้ว $m^2\cot\frac{\pi}{7} = n^2\cot\frac{\pi}{7} + k^2\cot\frac{\pi}{7}$

นำ $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{7}}$ คูณแล้ว $m^2 = n^2 + k^2$

$\therefore m^2 = n^2 + k^2$



มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

ทฤษฎี 8 เขียนว่า $A = 2R^2\cot\frac{\pi}{8}$

ให้ K, m และ $n \in R^+$ โดย K แทน n เป็นส่วนสูงของสามเหลี่ยม $\triangle ABC$

พิสูจน์ทฤษฎี 8 เขียนว่า $2n^2\cot\frac{\pi}{8}$

" $2m^2\cot\frac{\pi}{8}$

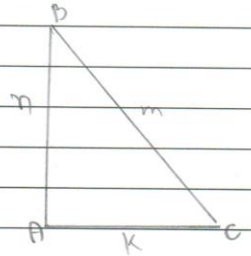
" $2K^2\cot\frac{\pi}{8}$

จาก $2m^2\cot\frac{\pi}{8} = 2K^2\cot\frac{\pi}{8} + 2n^2\cot\frac{\pi}{8}$

หาร $\frac{1}{2}$ ตลอดทั้ง $= m^2\cot\frac{\pi}{8} = n^2\cot\frac{\pi}{8} + K^2\cot\frac{\pi}{8}$

หาร $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{8}}$ ตลอดทั้ง $= m^2 = K^2 + n^2$

$\therefore m^2 = K^2 + n^2$



มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

สูตร 10 เหลี่ยม $A = \frac{5}{2}a^2\cot\frac{\pi}{10}$

ให้ n, K และ $m \in R^+$ โดย n, K เป็นส่วนประกอบของมุมภายในของรูป ΔABC

สามารถสร้างรูป 10 เหลี่ยม $\frac{5}{2}n^2\cot\frac{\pi}{10}$

" $\frac{5}{2}K^2\cot\frac{\pi}{10}$

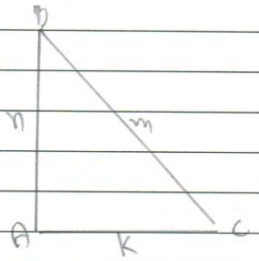
" $\frac{5}{2}m^2\cot\frac{\pi}{10}$

จาก $\frac{5}{2}m^2\cot\frac{\pi}{10} = \frac{5}{2}K^2\cot\frac{\pi}{10} + \frac{5}{2}n^2\cot\frac{\pi}{10}$

หาร $\frac{2}{5}$ ตลอด $m^2\cot\frac{\pi}{10} = K^2\cot\frac{\pi}{10} + n^2\cot\frac{\pi}{10}$

หาร $\cot\frac{\pi}{10}$ $m^2 = K^2 + n^2$

$\therefore m^2 = K^2 + n^2$



แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ นางสาวยุวรรณดา ศรีลาพฤกษ์

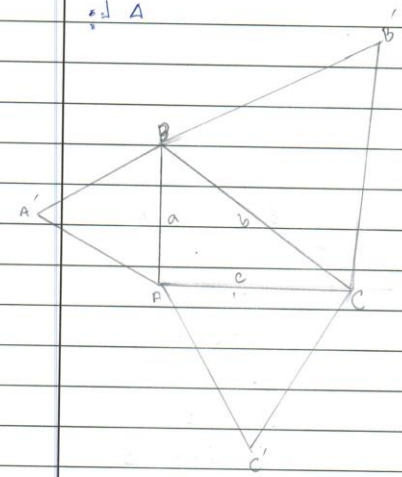
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 53110213116 ชื่อ - สกุล นางสาวยุวรรณดา ศรีลาพฤกษ์

สอบวันที่ 21 ก.พ 56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



กำหนดให้ AB = a

BC = c

AC = b

จะได้พื้นที่รวมของรูปทั้งหมด

$$\left(\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\cdot a^2\right) + \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\cdot b^2\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\cdot c^2$$

หาร $\frac{4}{\sqrt{3}}$ ตลอดทั้งสองข้าง

จะได้ $a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

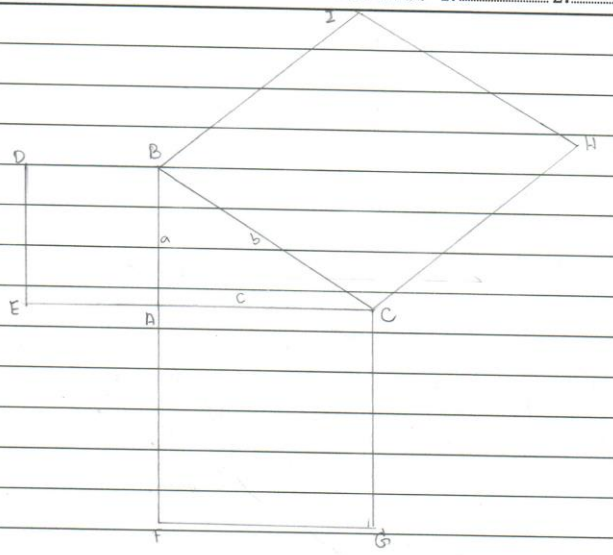
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021321116 ชื่อ - สกุล นางสาว จุรีรัตน์ ศรีลาพาน์

สอบวันที่ 21 ก.พ 56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

ข้อ 6



จาก AB = a

AC = b

BC = c

เป็นด้านของรูปใดๆ

จากสูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ ด้าน x ด้าน

พิจารณา การหาพื้นที่สี่เหลี่ยมรวม

ได้ว่า $a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

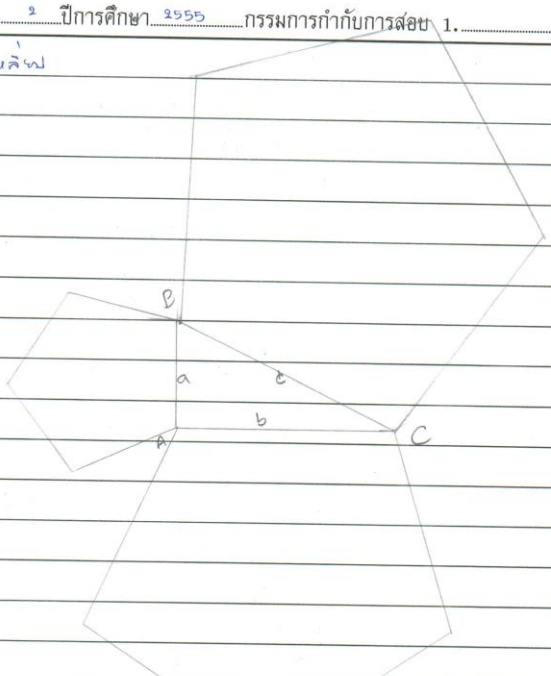
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021321116 ชื่อ - สกุล นางสาว จุฬารัตน์ ศรีสมฤกษ์

สอบวันที่ 21 ก.พ 56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูป ห้าเหลี่ยม



ให้ a, b และ c เป็นความยาวของรูปสามเหลี่ยม

โดย a และ b เป็นแกนสัมประกอบมุมฉากของรูป ΔABC

พื้นที่ รูป ห้าเหลี่ยม $\frac{5c^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

พื้นที่ รูป ห้าเหลี่ยม $\frac{5a^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

พื้นที่ รูป ห้าเหลี่ยม $\frac{5b^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

จาก $\frac{5c^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} = \frac{5a^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} + \frac{5b^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

คูณ $\frac{4}{5}$ ตลอดทั้งสองข้างของสมการ ได้ $c^2\cot\frac{\pi}{5} = a^2\cot\frac{\pi}{5} + b^2\cot\frac{\pi}{5}$

คูณ $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{5}}$ ตลอดทั้งสองข้างของสมการ ได้ $c^2 = a^2 + b^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 53110213211 ชื่อ - สกุล นางสาว ชุวรรณา ศรีสาพฤกษ์

สอบวันที่ 21 ก.พ 56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูป หกเหลี่ยม

สูตร $\frac{6a^2}{2}\cos\frac{\pi}{6}$

พื้นที่ หกเหลี่ยม $\frac{6a^2}{2}\cos\frac{\pi}{6}$

พื้นที่ หกเหลี่ยม $\frac{6b^2}{2}\cos\frac{\pi}{6}$

พื้นที่ หกเหลี่ยม $\frac{6c^2}{2}\cos\frac{\pi}{6}$

$\frac{6}{2}\cos\frac{\pi}{6}(a^2+b^2) = (\frac{6}{2}\cos\frac{\pi}{6})c^2$

$a^2+b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

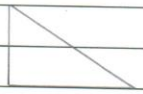
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021312116 ชื่อ - สกุล นางสาว จุฬารัตน์ เสียงกาม

สอบวันที่ 21 ก.พ 56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูป เจ็ดเหลี่ยม



พื้นที่ $\frac{7}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7}$

พื้นที่ เจ็ดเหลี่ยม $\frac{7}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7}$

พื้นที่ เจ็ดเหลี่ยม $\frac{7}{4}b^2\cot\frac{\pi}{7}$

พื้นที่ เจ็ดเหลี่ยม $\frac{7}{4}c^2\cot\frac{\pi}{7}$

$$\frac{7}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7} + \frac{7}{4}b^2\cot\frac{\pi}{7} = \frac{7}{4}c^2\cot\frac{\pi}{7}$$

$$a^2+b^2=c^2$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

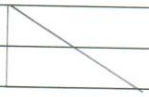
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 53110213211 6 ชื่อ - สกุล นางสาว ชุวรรณา ศรีลาพฤกษ์

สอบวันที่ 21 ก.พ 56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูป แปดเหลี่ยม



ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

สูตร $2a^2 \cot\frac{\pi}{8}$

พื้นที่ แปดเหลี่ยม $2a^2 \cot\frac{\pi}{8}$

พื้นที่ แปดเหลี่ยม $2b^2 \cot\frac{\pi}{8}$

พื้นที่ แปดเหลี่ยม $2c^2 \cot\frac{\pi}{8}$

ฉะนั้น $2a^2 \cot\frac{\pi}{8} + 2b^2 \cot\frac{\pi}{8} = 2c^2 \cot\frac{\pi}{8}$

หาร $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{8}}$ ตลอดทั้งสมการ

$\therefore a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

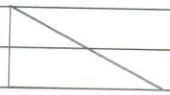
แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021321116 ชื่อ - สกุล นางสาว ชุวรรณา ศิลาพฤกษ์

สอบวันที่ 21 ก.พ 56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

รูปที่ 3 $\frac{1}{4}a^2\cot\frac{\pi}{9}$

พ.ท. $\frac{1}{4}a^2\cot\frac{\pi}{9}$

พ.ท. $\frac{1}{4}b^2\cot\frac{\pi}{9}$

พ.ท. $\frac{1}{4}c^2\cot\frac{\pi}{9}$

สมการ $\frac{1}{4}a^2\cot\frac{\pi}{9} + \frac{1}{4}b^2\cot\frac{\pi}{9} = \frac{1}{4}c^2\cot\frac{\pi}{9}$

หาร $\frac{4}{\cot\frac{\pi}{9}}$ ตลอดสมการ

$\therefore a^2+b^2=c^2$

แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ นางสาวนิภารัตน์ แก้ววิศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่..... คะแนน

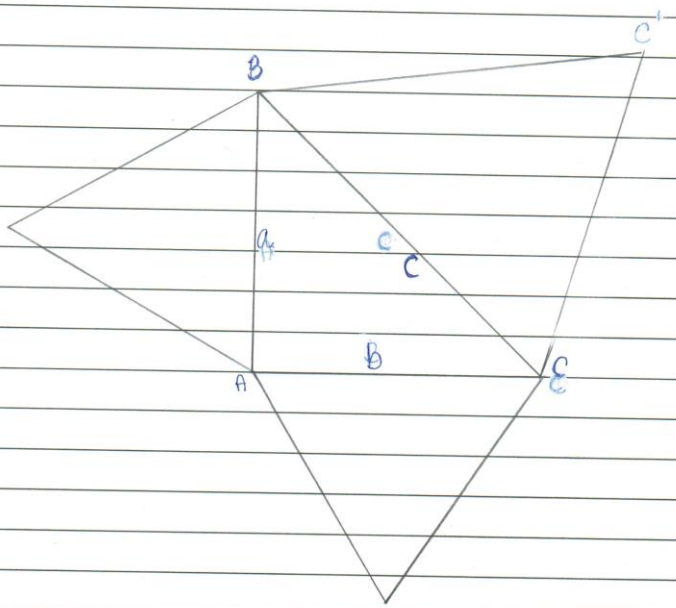
ข้อสอบวิชา..... หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021321118 ชื่อ - สกุล นิภารัตน์ แก้ววิศาสตร์

สอบวันที่..... เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

รูปสามเหลี่ยม



กำหนดให้ AB = a , BC = c , AC = b เป็นด้านของสามเหลี่ยมใดๆ

$$\left(\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)a^2\right) + \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)b^2\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)c^2$$

$$(\sqrt{3})a^2 + (\sqrt{3})b^2 = (\sqrt{3})c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

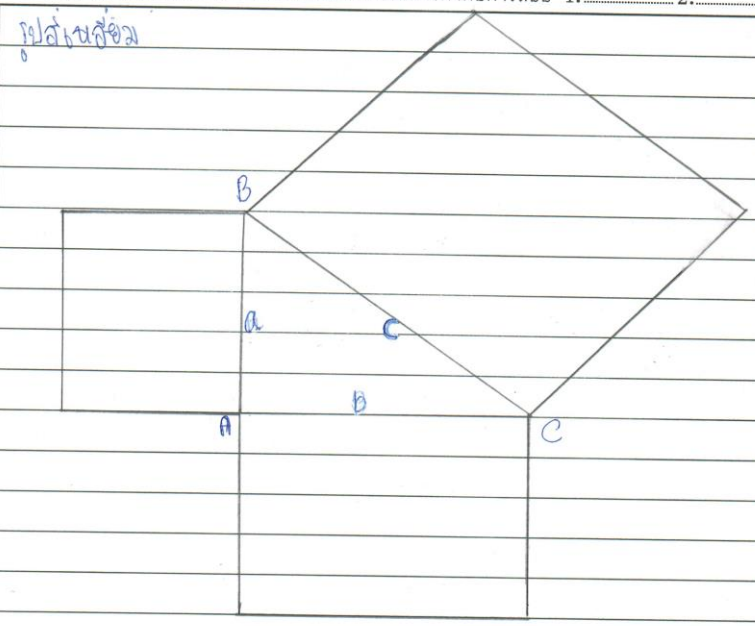
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 63110213211 8 ชื่อ - สกุล ศิภาโชน์ แก้วศิลาสอาร์

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูปสี่เหลี่ยม



กำหนดให้ AB = a , AC = b และ BC = c เป็นด้านของรูป

จากสูตรหาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสคือ ด้าน x ด้าน

ศึกษาจากรูปกระเหลี่ยมจัตุรัสสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป

จะได้ว่า $a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

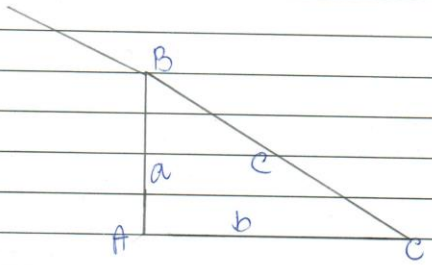
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311022132118 ชื่อ - สกุล นิภาธิชน์ แก้วศิลาลอย์

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูป 5 เหลี่ยม



ให้ j L และ

ให้ j L และ k เป็นความยาวของรูป $\therefore j^2 = L^2 + k^2$

โดย j และ L เป็นด้าน

ของรูป $\triangle ABC$

พื้นที่ $\frac{5j^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

พื้นที่รูป $\frac{5L^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

พื้นที่รูป $\frac{5k^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

$$\frac{5j^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} = \frac{5L^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} + \frac{5k^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$$

คูณ $\frac{4}{5}$ ตลอด $j^2\cot\frac{\pi}{5} = L^2\cot\frac{\pi}{5} + k^2\cot\frac{\pi}{5}$

คูณ $\tan\frac{\pi}{5}$ $j^2\frac{1}{\tan\frac{\pi}{5}} = L^2\frac{1}{\tan\frac{\pi}{5}} + k^2\frac{1}{\tan\frac{\pi}{5}}$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

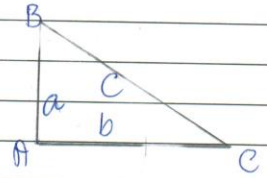
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 63110213211 ชื่อ - สกุล นิภาวรรณ์ แก้วศิริวงศ์

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูป 6 แผ่นอง



ให้ AB = a , AC = b และ BC = C เป็นด้านของสามเหลี่ยมใดๆ

พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า $\frac{b}{2} k^2 \cos\frac{\pi}{6}$

พื้นที่สามเหลี่ยมด้านขนาดต่างๆ

a เท่ากับ $\frac{b}{2} a^2 \cos\frac{\pi}{6}$

b เท่ากับ $\frac{b}{2} b^2 \cos\frac{\pi}{6}$

c เท่ากับ $\frac{b}{2} c^2 \cos\frac{\pi}{6}$

ดังนั้น $\frac{b}{2} a^2 \cos\frac{\pi}{6} + \frac{b}{2} b^2 \cos\frac{\pi}{6} = \frac{b}{2} c^2 \cos\frac{\pi}{6}$

ตัด $\frac{b}{2}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ $a^2 \cos\frac{\pi}{6} + b^2 \cos\frac{\pi}{6} = c^2 \cos\frac{\pi}{6}$

ตัด $\frac{1}{\cos\frac{\pi}{6}}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ $a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่..... คะแนน

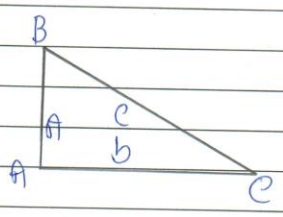
ข้อสอบวิชา..... หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว..... ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่..... เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

รูป ๆ ๖แสี่ยม



ให้ $AB = a$, $AC = b$ และ $BC = c$ เป็นด้านของสามเหลี่ยมใดๆ

สูตรทั่วไปของพื้นที่สามเหลี่ยมด้านหน้า $A = \frac{1}{4} a^2 \cot \frac{\pi}{7}$

พื้นที่สามเหลี่ยมด้านของด้าน a เท่ากับ $\frac{1}{4} a^2 \cot \frac{\pi}{7}$

b เท่ากับ $\frac{1}{4} b^2 \cot \frac{\pi}{7}$

c เท่ากับ $\frac{1}{4} c^2 \cot \frac{\pi}{7}$

ดังนั้น $\frac{1}{4} a^2 \cot \frac{\pi}{7} + \frac{1}{4} b^2 \cot \frac{\pi}{7} = \frac{1}{4} c^2 \cot \frac{\pi}{7}$

คูณ $\frac{4}{1}$ ตลอดทั้งสองข้างสมการ $a^2 \cot \frac{\pi}{7} + b^2 \cot \frac{\pi}{7} = c^2 \cot \frac{\pi}{6}$

คูณ $\frac{1}{\cot \frac{\pi}{7}}$ ตลอดทั้งสองข้างสมการ

$a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

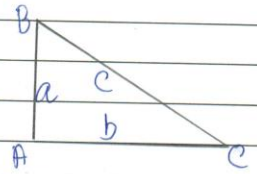
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว.....ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่.....เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

รูป 8 เหลี่ยม



ให้ AB = a , AC = b และ BC = c เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

สูตรทฤษฎีบทที่ รูปเหลี่ยม มีพื้นที่เท่ากับ $A = 2a^2 \cot \frac{\pi}{8}$

พ.ท. เหลี่ยมเพื่อน a เท่ากับ $2(a)^2 \cot \frac{\pi}{8}$

b เท่ากับ $2(b)^2 \cot \frac{\pi}{8}$

c เท่ากับ $2(c)^2 \cot \frac{\pi}{8}$

พิสูจน์ว่า $2(a)^2 a^2 \cot \frac{\pi}{8} + 2(b)^2 \cot \frac{\pi}{8} = 2(c)^2 c^2 \cot \frac{\pi}{8}$

หาร $2(a)^2$ ตลอดทั้งสองข้าง

$$a^2 \cot \frac{\pi}{8} + b^2 \cot \frac{\pi}{8} = c^2 \cot \frac{\pi}{8}$$

หาร $\frac{1}{\cot \frac{\pi}{8}}$ ตลอดทั้งข้างของสมการ

$$a^2 + b^2 = c^2$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่..... คะแนน

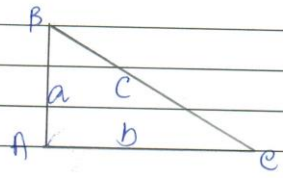
ข้อสอบวิชา..... หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว..... ชื่อ - สกุล.....

สอบวันที่..... เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

รูป q เหลี่ยม



ให้ $AB = a$, $AC = b$ และ $BC = c$ เป็นด้านของรูปที่ 7

สูตร พ.ท. รูป q เหลี่ยม $A = \frac{q}{4} a^2 \cot \frac{\pi}{q}$

พ.ท. q เหลี่ยม $a = \frac{q}{4}(a)^2 \cot \frac{\pi}{q}$

$b = \frac{q}{4}(b)^2 \cot \frac{\pi}{q}$

$c = \frac{q}{4}(c)^2 \cot \frac{\pi}{q}$

พิจ. $a^2 \cot \frac{\pi}{q} + b^2 \cot \frac{\pi}{q} = c^2 \cot \frac{\pi}{q}$

คูณ $\frac{1}{\cot \frac{\pi}{q}}$ ทุกพจน์ของข้างของสมการ $a^2 + b^2 = c^2$

แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ นายกาญจนดิษฐ์ แก้ววิศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

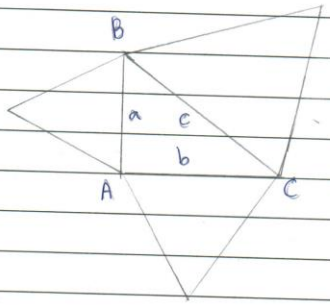
แผ่นที่..... คะแนน

ข้อสอบวิชา..... หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021327119 ชื่อ - สกุล นาย กาญจนดิษฐ์ แก้ววิศาสตร์

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....



กำหนดให้ $AB = a$, $BC = c$, $AC = b$ เป็นความยาวของด้านๆ

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)a^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)b^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)c^2$$

นำ $\frac{4}{\sqrt{3}}$ คูณตลอดทั้งสองข้างของสมการ

ได้ $a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

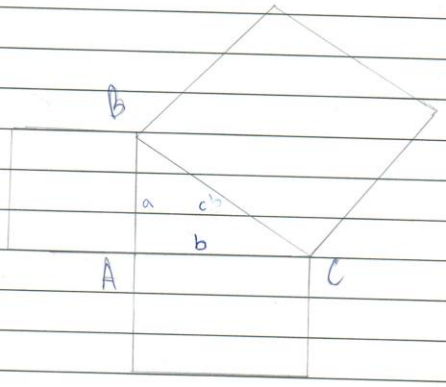
แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021329119 ชื่อ - สกุล นางสาวจุฬาลักษณ์ แก้วดำกาว

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



ให้ AB = a, AC = b และ BC = c เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จาก สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า คือ ด้าน x ด้าน

พิสูจน์ได้ว่า การหาพื้นที่สี่เหลี่ยมทั้งสามรูป ดังนี้ ขนด้าน a = a^2 ขนด้าน b = b^2 ขนด้าน c = c^2

ได้ว่า $a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

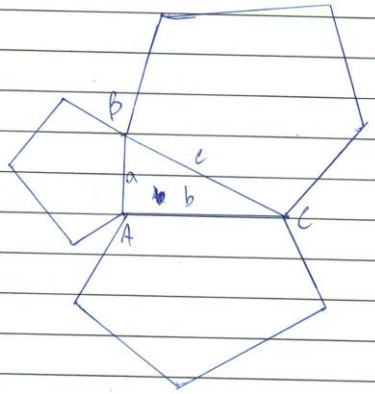
แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021321119 ชื่อ - สกุล นายกฤษฎ์ แก้วดำดวง

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....



ให้ $AB = a$, $AC = b$ และ $BC = c$ เป็นด้านของสามเหลี่ยมใดๆ

สูตรการหาพื้นที่ ห้าเหลี่ยมด้านเท่าคือ $\frac{5k^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

พื้นที่ห้าเหลี่ยมที่อยู่บนด้าน a เท่ากับ $\frac{5a^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

" b เท่ากับ $\frac{5b^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

" c เท่ากับ $\frac{5c^2}{4}\cot\frac{\pi}{5}$

ให้ a + ทฤษฎีของ ให้ $\frac{5a^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} + \frac{5b^2}{4}\cot\frac{\pi}{5} = \frac{5}{4}c^2\cot\frac{\pi}{5}$

หาร $\frac{4}{5}$ ตลอดสมการ $a^2\cot\frac{\pi}{5} + b^2\cot\frac{\pi}{5} = c^2\cot\frac{\pi}{5}$

หาร $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{5}}$ ตลอดสมการ $a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

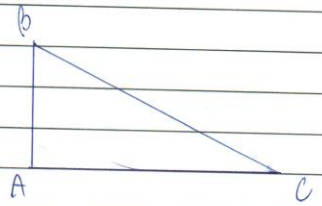
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021321119 ชื่อ - สกุล นางสาวอัญชุ พรัดกลาง

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

หลักเกณฑ์



ให้ $AB = a$, $AC = b$ และ $BC = c$ เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมใดๆ

สูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า $\frac{\sqrt{3}}{4}k^2$

พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีด้านยาว a เท่ากับ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

" b เท่ากับ $\frac{\sqrt{3}}{4}b^2$

" c เท่ากับ $\frac{\sqrt{3}}{4}c^2$

พิจารณา $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}b^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}c^2$

คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย $\frac{4}{\sqrt{3}}$ จะได้ $a^2 + b^2 = c^2$

คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย $\frac{1}{\cos\frac{\pi}{6}}$ จะได้ $a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

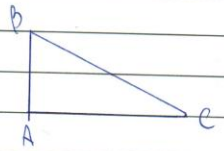
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5711021329119 ชื่อ - สกุล นายกฤษณะ แก้วสำรอง

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

เรื่อง เซตเชิงเส้นตรง



ให้ AB = a , AC = b และ BC = c เป็นความยาวของรูปใดๆ

สูตรการหาพื้นที่ เซตเชิงเส้นตรงเท่ากับ $\frac{1}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7}$

พื้นที่เซตเชิงเส้นตรงเท่ากับทุกด้าน a เท่ากับ $\frac{1}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7}$

b

b เท่ากับ $\frac{1}{4}b^2\cot\frac{\pi}{7}$

c เท่ากับ $\frac{1}{4}c^2\cot\frac{\pi}{7}$

จัดรูป $\frac{1}{4}a^2\cot\frac{\pi}{7} + \frac{1}{4}b^2\cot\frac{\pi}{7} = \frac{1}{4}c^2\cot\frac{\pi}{7}$

นำ 7 คูณทั้งสองข้างของสมการ $a^2\cot\frac{\pi}{7} + b^2\cot\frac{\pi}{7} = c^2\cot\frac{\pi}{7}$

นำ $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{7}}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ $a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

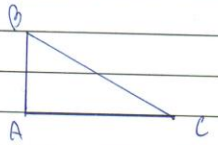
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5831102132119 ชื่อ - สกุล นางกาญจนอินทร์

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

แปดเหลี่ยม



ให้ AB = a , AC = b , BC = c เป็นเป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

สูตรการหาพื้นที่ แปดเหลี่ยมด้านเท่าคือ $2k^2 \cot\frac{\pi}{8}$

พื้นที่แปดเหลี่ยมด้านเท่าบนด้าน a เท่ากับ $2a^2 \cot\frac{\pi}{8}$

b เท่ากับ $2b^2 \cot\frac{\pi}{8}$

c เท่ากับ $2c^2 \cot\frac{\pi}{8}$

ทฤษฎี $2a^2 \cot\frac{\pi}{8} + 2b^2 \cot\frac{\pi}{8} = 2c^2 \cot\frac{\pi}{8}$

หาร $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{8}}$ ตลอดทั้งสองข้างของสมการ $a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่.....คะแนน

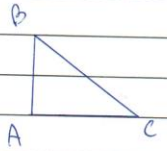
ข้อสอบวิชา.....หมู่เรียน.....

รหัสประจำตัว 5311021321119 ชื่อ - สกุล นางสาวจันทร์ฐิ แก้วดำกอง

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ.....ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....กรรมการกำกับการสอบ 1.....2.....

ข้อที่ เก้าเหลี่ยม



ให้ AB = a , AC = b , BC = c เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

สูตรการหาพื้นที่ เก้าเหลี่ยมด้านเท่า คือ $\frac{9}{4}k^2\cot\frac{\pi}{9}$

พื้นที่รูปเก้าเหลี่ยมด้านเท่าบนด้าน a เท่ากับ $\frac{9}{4}a^2\cot\frac{\pi}{9}$

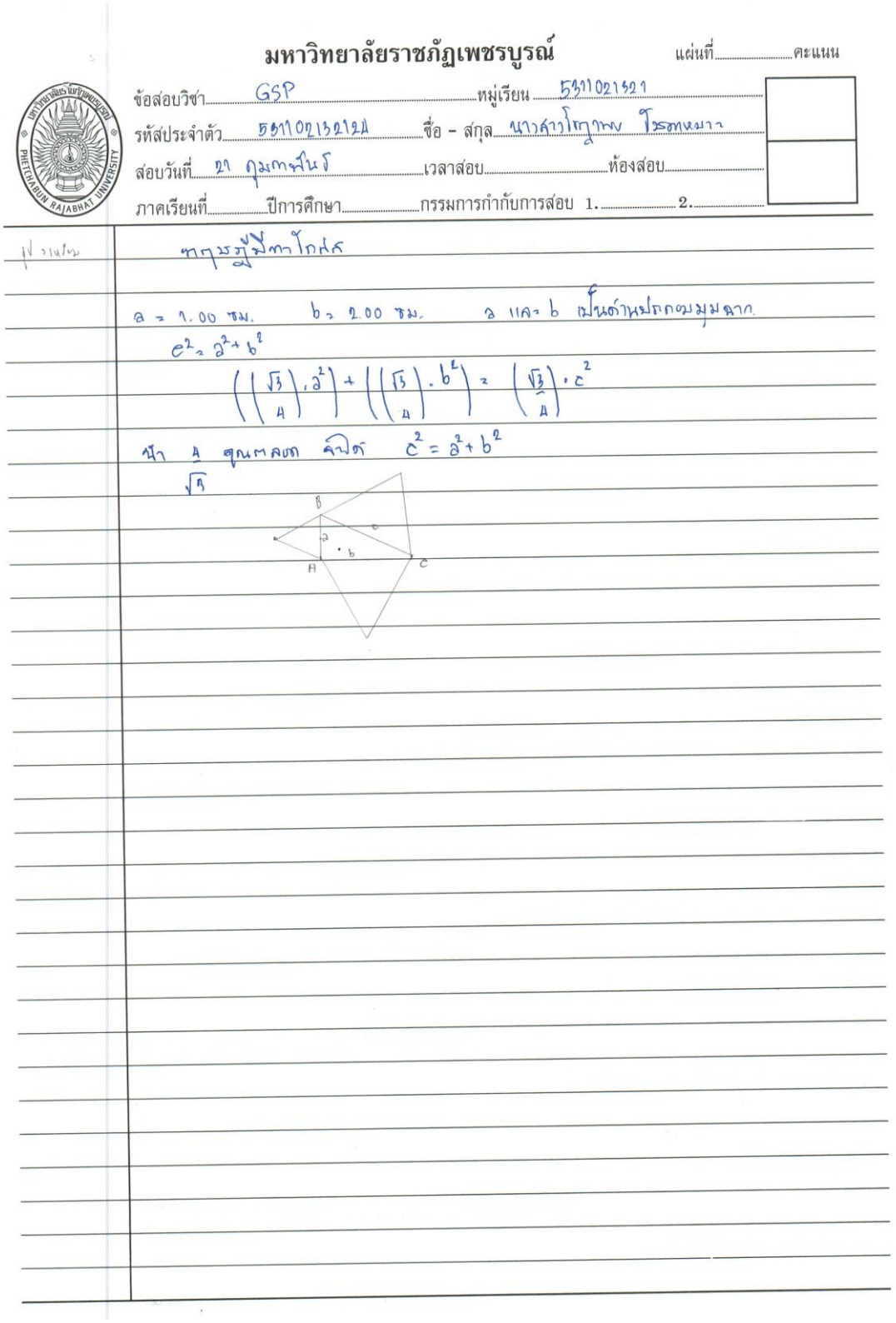
" b เท่ากับ $\frac{9}{4}b^2\cot\frac{\pi}{9}$

" c เท่ากับ $\frac{9}{4}c^2\cot\frac{\pi}{9}$

ทำการหา $\frac{9}{4}a^2\cot\frac{\pi}{9} + \frac{9}{4}b^2\cot\frac{\pi}{9} = \frac{9}{4}c^2\cot\frac{\pi}{9}$

หาร $\frac{9}{4}\cot\frac{\pi}{9}$ ตลอดทั้งสองข้างของสมการ $a^2+b^2=c^2$

แบบบันทึกการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2 = a^2 + b^2$ นางสาวรัชฎาพร โชคเหมาะ



มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่..... คะแนน

ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน 5311021521

รหัสประจำตัว 5311021321241 ชื่อ - สกุล นางสาวรัชฎาพร โชคเหมาะ

สอบวันที่ 21 กุมภาพันธ์ เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

ทฤษฎีบทปีทาโกรัส

a = 1.00 ซม. b = 2.00 ซม. a และ b เป็นด้านประกอบมุมฉาก

$c^2 = a^2 + b^2$

$\left(\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \cdot a^2\right) + \left(\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \cdot b^2\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \cdot c^2$

นำ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ คูณตลอด จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

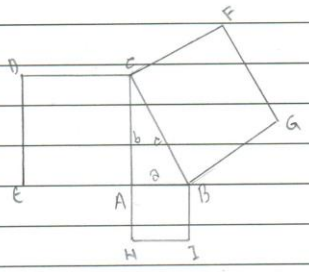
ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน 5311021321

รหัสประจำตัว 5311021321124 ชื่อ - สกุล นางสาวโรฎาพร โรตมมา

สอบวันที่ 21 กุมภาพันธ์ เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

ข้อ 1 ตอบ a = 1 ซม. b = 2 ซม.



a b และ c เป็นด้านประกอบมุมฉาก

$(a \cdot a) + (b \cdot b) = (c \cdot c)$

$a^2 + b^2 = c^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่.....คะแนน

ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน 5311021321

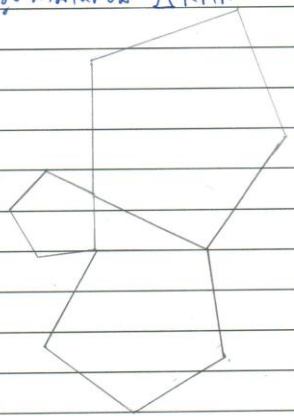
รหัสประจำตัว 5311021321241 ชื่อ - สกุล นางสาวโชฎาพร ชัยอานนท์

สอบวันที่ 21/02/52 เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

รูป 5 เหลี่ยม

ให้ k m และ n $\in \mathbb{R}^+$ ซึ่ง k และ n เป็นความยาวด้านประกอบมุมฉาก ของรูปสามเหลี่ยม ΔKMN



พื้นที่ของ n-เหลี่ยม (5) $\frac{5m^2 \cot\frac{\pi}{5}}{4}$

n ——— n $\frac{5k^2 \cot\frac{\pi}{5}}{4}$

n ——— n $\frac{5n^2 \cot\frac{\pi}{5}}{4}$

จาก $\frac{5m^2 \cot\frac{\pi}{5}}{4} = \frac{5k^2 \cot\frac{\pi}{5}}{4} + \frac{5n^2 \cot\frac{\pi}{5}}{4}$

ข้าง $\frac{1}{5}$ คูณ $m^2 \cot\frac{\pi}{5} = k^2 \cot\frac{\pi}{5} + n^2 \cot\frac{\pi}{5}$

ข้าง $\frac{1}{\cot\frac{\pi}{5}}$ คูณ $m^2 = k^2 + n^2$

ดังนั้นจะได้ $m^2 = k^2 + n^2$

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ แผ่นที่..... คะแนน

ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน 5311021321

รหัสประจำตัว 5311021321211 ชื่อ - สกุล นางสาวกฤษณา โชคานนท์

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

ปัญหาพิเศษ

ให้ a b และ c $\in R^+$ โดย a และ b เป็นด้านประกอบมุมฉากของ $\triangle ABC$

พิสูจน์ ผล ① $\frac{b}{2}a^2\cos\frac{\pi}{b}$

" —— " $\frac{b}{2}b^2\cos\frac{\pi}{b}$

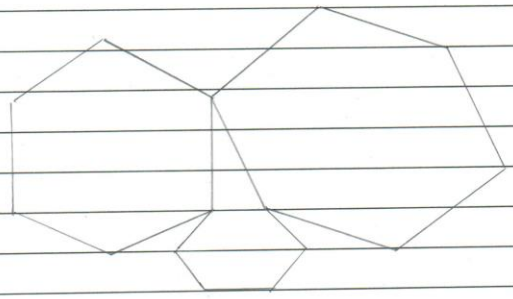
" —— " $\frac{b}{2}c^2\cos\frac{\pi}{b}$

จาก $\frac{b}{2}c^2\cos\frac{\pi}{b} = \frac{b}{2}a^2\cos\frac{\pi}{b} + \frac{b}{2}b^2\cos\frac{\pi}{b}$

นำ $\frac{2}{b}$ คูณตลอด $c^2\cos\frac{\pi}{b} = a^2\cos\frac{\pi}{b} + b^2\cos\frac{\pi}{b}$

นำ 1 คูณตลอด $c^2 = a^2+b^2$

$\cos\frac{\pi}{b}$



มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

แผ่นที่..... คะแนน

ข้อสอบวิชา GSP หมู่เรียน 5311021321

รหัสประจำตัว 5311021321 24 ชื่อ - สกุล นางสาวไอฐาพร โตเหมา

สอบวันที่ 21/02/56 เวลาสอบ..... ห้องสอบ.....

ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... กรรมการกำกับการสอบ 1..... 2.....

ให้ a b และ c $\in R^+$ โดย a b เป็นด้านประกอบมุมฉากของ $\triangle ABC$

พิจารณา พ.ท. $\frac{1}{4}a^2\cot\theta$

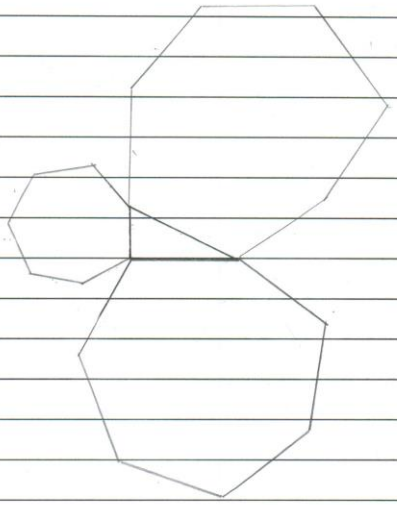
$\frac{1}{4}b^2\cot\theta$

$\frac{1}{4}c^2\cot\theta$

จาก $\frac{1}{4}c^2\cot\theta = \frac{1}{4}a^2\cot\theta + \frac{1}{4}b^2\cot\theta$

ทำ 4 ตลอด $c^2\cot\theta = a^2\cot\theta + b^2\cot\theta$

ทำ $\frac{1}{\cot\theta}$ ตลอด $c^2 = a^2 + b^2$



ภาคผนวก ค

มคอ.3 รายวิชา 4092701 โปรแกรมสำเร็จรูปด้านคณิตศาสตร์

	รายละเอียดของรายวิชา (มคอ.3)
	คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์
	หลักสูตรสาขาวิชาคณิตศาสตร์

หมวดที่ 1 ข้อมูลโดยทั่วไป

1. รหัสและชื่อรายวิชา

4092701 โปรแกรมสำเร็จรูปด้านคณิตศาสตร์

(Programming Package for Mathematics)

2. จำนวนหน่วยกิต

3 หน่วยกิต 3(3-0-6)

3. หลักสูตรและประเภทของรายวิชา

หลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ หลักสูตรใหม่ พ.ศ. 2551

หมวดวิชาเฉพาะด้าน กลุ่มวิชาเอกเลือก

4. อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน

ผู้รับผิดชอบรายวิชา ผู้ช่วยศาสตราจารย์อาดุลย์ จงรักษ์

อาจารย์ผู้สอน อาจารย์อภิวัฒน์ คำภีระ

5. ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน

ภาคการศึกษา 2 ชั้นปีที่ 3 (ตามแผนการเรียน)

6. รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisites) (ถ้ามี)

ไม่มี

7. รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisites) (ถ้ามี)

ไม่มี

8. สถานที่เรียน

จันทร์ คาบที่ 5-9 ภาคทฤษฎี และปฏิบัติการ ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ อาคาร สิรนธร คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

9. วันที่จัดทำรายละเอียดของรายวิชา หรือ วันที่มีการปรับปรุงครั้งล่าสุด

8 ตุลาคม 2556 (วันที่สภามหาวิทยาลัยอนุมัติหลักสูตร จากการประชุม ครั้งที่ 4/2551)

หมวดที่ 2 จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์

1. จุดมุ่งหมายของรายวิชา

1) เพื่อให้สามารถสืบค้นบทความทางคณิตศาสตร์ที่สนใจ
2) เพื่อให้สามารถคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบและมีเหตุมีผลตามหลักการทางคณิตศาสตร์ในการแสวงหาความรู้
3) เพื่อให้สามารถมีความรอบรู้ในศาสตร์ต่างๆ ที่จะนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน
4) เพื่อให้สามารถอธิบายความสัมพันธ์เชิงทฤษฎีของสาระทางคณิตศาสตร์ของบทความทางคณิตศาสตร์ที่สนใจ
5) เพื่อให้สามารถดำเนินการวิจัยทางคณิตศาสตร์

2. วัตถุประสงค์ในการพัฒนา/ปรับปรุงรายวิชา

เพื่อให้สอดคล้องกับสาระวิชาในกรอบมาตรฐานหลักสูตร

หมวดที่ 3 ลักษณะและการดำเนินการ

1. คำอธิบายของรายวิชา

ศึกษา การใช้โปรแกรมสำเร็จรูปในด้านคณิตศาสตร์ โดยยกตัวอย่างเชิงคณิตศาสตร์ในการบรรยายการฝึกปฏิบัติ

Study Mathematical package programs, particulary examples and practices.

2. จำนวนชั่วโมงที่ใช้ต่อภาคการศึกษา				
หน่วยกิต	ชั่วโมงต่อภาคการศึกษา			
	ทฤษฎี	ปฏิบัติ	ศึกษาด้วยตนเอง	สอนเสริม
3 (2-2-5)	2 x 15 = 30	2 x 15 = 30	5 x 15 = 75	-

3. จำนวนชั่วโมงต่อสัปดาห์ที่อาจารย์ให้คำปรึกษาและแนะนำทางวิชาการแก่นักศึกษาเป็นรายบุคคล

- อาจารย์ประจำรายวิชาแจ้งเวลาให้คำปรึกษาที่หน้าห้องทำงาน และในสัปดาห์แรกของการแนะนำการเรียน
- อาจารย์จัดเวลาให้คำปรึกษาเป็นรายบุคคล/กลุ่มตามความต้องการ 1 ชั่วโมงต่อสัปดาห์

ตารางการให้คำปรึกษาและแนะนำทางวิชาการแก่นักศึกษาเป็นรายบุคคล

วัน-เวลาให้คำปรึกษา	สถานที่	หมายเลขโทรศัพท์	E-mail	รวมจำนวนชั่วโมงต่อสัปดาห์ที่ให้คำปรึกษา
ทุกวันพุธ (13.00 -14.00น)	อาคาร 4 ห้อง 421	056-717100 ต่อ 1407	Aon_pheera@hotmail.co.th	1

หมวดที่ 4 การพัฒนาผลการเรียนรู้ของนักศึกษา

1. ทักษะด้านคุณธรรม จริยธรรม

1.1 ผลการเรียนรู้	1.2 กลยุทธ์/วิธีการสอน	1.3 กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
1. [o] มีความซื่อสัตย์ สุจริต	1. สอดแทรกเนื้อหาด้านคุณธรรม จริยธรรม ปลูกฝังเกี่ยวกับความซื่อสัตย์ต่อตนเองและผู้อื่น	1. สังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในการปฏิบัติในชั้นเรียน
2. [o] มีระเบียบวินัย	2. ให้ความสำคัญในวินัย เช่น การตรงต่อเวลา การแต่งกาย การมีวินัยในห้องเรียน	2. ขานชื่อหรือเซ็นชื่อการเข้าชั้นเรียน สังเกตพฤติกรรม การแต่งกาย และวินัย
3. [o] มีจิตสำนึก และตระหนักในการปฏิบัติตามจรรยาบรรณทางวิชาการ และวิชาชีพ	3. ปลูกฝังจิตสำนึก สอดแทรกคุณธรรมการถ่ายทอดความรู้เชิงวิชาการในฐานะครู นักวิชาการจรรยาบรรณทางวิชาการ	3. สังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในการปฏิบัติ
4. [o] เคารพสิทธิ และความคิดเห็นของผู้อื่น	4. สอดแทรกเรื่องการประพฤติตนที่เหมาะสม เช่น ไม่ส่งเสียงดัง ไม่รับประทานอาหารในห้องเรียน ไม่คุยโทรศัพท์ในห้องเรียน	4. สังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในการปฏิบัติ
5. [o] มีจิตสาธารณะ	5. สอดแทรกเรื่องการช่วยเหลือเกื้อกูลต่อกิจกรรมของส่วนรวม	5. สังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในการปฏิบัติ

2. ความรู้

2.1 ผลการเรียนรู้	2.2 กลยุทธ์/วิธีการสอน	2.3 กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
1. [●] มีความรู้ ในหลักการ และทฤษฎีทางด้านคณิตศาสตร์	1. วิธีสอนโดยบรรยาย ประกอบการใช้สื่อโปรเจคเตอร์	1. การสอบปากเปล่า
2. [●] มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาอธิบายหลักการและทฤษฎีในศาสตร์เฉพาะ	2. บรรยายประกอบกับ การสอนโดยการสาธิต และการทดลอง	2. การสอบปฏิบัติการเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ผลข้อมูล
3. [●] สามารถติดตามความก้าวหน้าทางวิชาการโดยเฉพาะอย่างยิ่งด้านคณิตศาสตร์	3. สืบค้นงานวิชาการเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับชาติและนานาชาติ	3. ประเมินผลงานการสืบค้นและการวิจัย
4. [●] มีความรอบรู้ในศาสตร์ต่างๆ ที่จะนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน	4. สืบค้นบทความทางคณิตศาสตร์และแสดงผลแนวคิดในการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน	4. ประเมินความสามารถในการบูรณาการความรู้ทางคณิตศาสตร์กับกิจกรรมการสอนการเรียนทางคณิตศาสตร์

3. ทักษะทางปัญญา		
3.1 ผลการเรียนรู้	3.2 กลยุทธ์/วิธีการสอน	3.3 กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
1.[●] สามารถคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ และมีเหตุมีผลตามหลักการทางคณิตศาสตร์	1. การฝึกเก็บรวมข้อมูล วิเคราะห์และแปลผลตามหลักสถิติต่างๆ และหลักการทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง นำเสนอปากเปล่าและการเขียนแสดงลำดับเหตุผลการคิด	1. ประเมินผลการทดสอบและทดลองตัวอย่างทางการศึกษาวิจัยและการนำเสนอทั้งในรูปการพูด และการเขียนและการแก้ปัญหาเฉพาะหน้า
2.[●] นำความรู้ทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ ไปประยุกต์กับสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง และเหมาะสม	2. การเรียนรู้ด้วยตนเองจากการคิดและผลิตผลงานวิจัย การทดลองที่เกี่ยวข้องกับการสืบค้นทางคณิตศาสตร์	2. ประเมินผลงาน การรายงานผลการทดลอง และการแก้ปัญหา
3.[●] มีความใฝ่รู้ สามารถวิเคราะห์ และสังเคราะห์ความรู้ จากแหล่งข้อมูลต่างๆ ที่หลากหลายได้อย่างถูกต้อง และสร้างสรรค์เพื่อนำไปสู่การสร้างนวัตกรรม	3. สืบค้นและศึกษาค้นคว้าโดยอิสระเพื่อประกอบการผลิตผลวิจัยทางคณิตศาสตร์ศึกษาและเขียนรายงาน	3. ประเมินผลงาน การรายงานผลการทดลอง และการแก้ปัญหา

4. ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล และความรับผิดชอบ		
4.1 ผลการเรียนรู้	4.2 กลยุทธ์/วิธีการสอน	4.3 กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
1. [●] มีภาวะผู้นำ โดยสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่น ในฐานะผู้นำ และสมาชิกที่ดี	1. กำหนดการทำงานเป็นกลุ่ม โดยหมุนเวียนการเป็นผู้นำ	1. ประเมินจากการสังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในชั้นเรียน
2.[●] มีความรับผิดชอบ ต่อสังคม และองค์กร	2. ปลูกฝังให้มีการรับผิดชอบต่อหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายในงานกลุ่ม	2. ประเมินจากการสังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในชั้นเรียน
3. [●] สามารถปรับตัวเข้ากับสถานการณ์ และวัฒนธรรมขององค์กรที่ไปปฏิบัติงาน	3. ฝึกการยอมรับความคิดเห็น การมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่ม	3. ประเมินจากการสังเกตพฤติกรรมการระดมความคิด

5. ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสาร และการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ		
5.1 ผลการเรียนรู้	5.2 กลยุทธ์/วิธีการสอน	5.3 กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
1. [●] สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์ประยุกต์ เพื่อการวิเคราะห์ ประมวลผล การแก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่างเหมาะสม	1. มอบหมายงานให้อธิบายการเขียนการวิเคราะห์ ประมวลผล การแก้ปัญหา และการนำเสนอปากเปล่าผลงานวิจัย บทความทางคณิตศาสตร์	1. ประเมินผลงานงานเขียนที่นำเสนอ
2. [●] มีทักษะในการสื่อสารภาษาไทยได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งการเลือกใช้รูปแบบการสื่อสารได้อย่างเหมาะสม	2. มอบหมายงานให้เขียนรายงานและอธิบายรูปแบบในการเขียนแสดงความคิดและเหตุผล	2. ประเมินผลงานจากทักษะการเขียน
3. [o] มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษ หรือภาษาต่างประเทศอื่น เพื่อการค้นคว้า ได้อย่างเหมาะสม และจำเป็น	3. มอบหมายงานให้สืบค้นบทความและอ่านบทความภาษาอังกฤษที่เกี่ยวข้องกับงานทางคณิตศาสตร์	3. ประเมินผลจากรายงานผลการอ่านและการแปล
4. [●] สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ ในการสืบค้น และเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเหมาะสมกับสถานการณ์	4. มอบหมายงานให้ค้นคว้าองค์ความรู้จากบทความสืบค้น แหล่งข้อมูลต่างๆ นำมาเขียนและจัดพิมพ์ด้วยโปรแกรมเฉพาะทางคณิตศาสตร์ เช่น การพิมพ์ในรายงานด้วย Mathtype เป็นต้น	4. ประเมินจากการรายงานและผลงานที่แสดงแหล่งข้อมูลที่ค้นคว้า

หมวดที่ 5 แผนการสอนและการประเมินผล

1. แผนการสอน (ท. = ทฤษฎี , ป. = ปฏิบัติ)

สัปดาห์ที่	หัวข้อ/รายละเอียด	ชั่วโมงสอนต่อสัปดาห์		กิจกรรมการสอน	สื่อที่ใช้ในการสอน	ผู้สอน
		ท.	ป.			
1	**ปฐมนิเทศการเรียนรู้** (Pre-school) - แนะนำการเรียนและการประเมินผล - แนะนำแหล่งเรียนรู้และเอกสารการค้นคว้า - วิเคราะห์รูปแบบการเรียนรู้ผู้เรียน - วิเคราะห์ความรู้พื้นฐานผู้เรียน **การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad** - เครื่องมือของ GSP	2	2	-บรรยาย -อภิปราย -ซักถาม ตอบคำถาม - แบบฝึกหัด และทำการบ้านส่ง -มอบหมายงาน	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ
2	**การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (ต่อ)** - การสร้างรูปเรขาคณิตและเครื่องมือกำหนดเอง - วงกลมแนบในและเครื่องมือกำหนดเอง **การแปลงทางเรขาคณิต** - การเลื่อนขนานตามเวกเตอร์ที่กำหนด - การเลื่อนขนานบนระนาบในระบบพิกัดฉาก	2	2	-บรรยาย -อภิปราย -ซักถาม ตอบคำถาม - แบบฝึกหัด และทำการบ้านส่ง -มอบหมายงาน	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ
3	**การแปลงทางเรขาคณิต (ต่อ)** - การสำรวจการสะท้อน - การสำรวจการหมุน - การหมุนด้วยมุมคงที่โดยใช้เมนูการแปลง - การหมุนด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์มุม - การย่อ/ขยายค่าพารามิเตอร์เป็นตัวประกอบอัตราส่วนย่อ/ขยาย - การย่อ/ขยายที่กำหนดให้ค่าพิกัดที่หนึ่งของจุดบนแกน x เป็นตัวประกอบอัตราส่วน	2	2	-บรรยาย -อภิปราย -ซักถาม ตอบคำถาม - แบบฝึกหัด และทำการบ้านส่ง -มอบหมายงาน	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ
4	**การประยุกต์ของการแปลงทางเรขาคณิตและโจทย์ปัญหา** - การนำ GSP และความรู้เรื่องการหมุนมาใช้ในเรื่องโจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ - การนำ GSP และความรู้เรื่องการการสะท้อนมาใช้ในเรื่องโจทย์ปัญหา - การนำ GSP และความรู้เรื่องการการเลื่อนขนานมาใช้ในเรื่องโจทย์ปัญหา	2	2	-บรรยาย -อภิปราย -ซักถาม ตอบคำถาม - ฝึกหัดการสร้างด้วยไม้บรรทัดและวงเวียน -มอบหมายงาน	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ

สัปดาห์ที่	หัวข้อ/รายละเอียด	ชั่วโมงสอนต่อสัปดาห์		กิจกรรมการสอน	สื่อที่ใช้ในการสอน	ผู้สอน
		ท.	ป.			
5	**ความเท่ากันทุกประการ** - การเคลื่อนที่และความเท่ากันทุกประการ - รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน-มุม-ด้าน **รูปพีระมิด** - การสร้างรูปพีระมิดด้วยพารามิเตอร์ - การแสดงส่วนสูงเอียงและผิวข้างของพีระมิด	2	2	-บรรยาย -อภิปราย -ซักถาม ตอบคำถาม - ฝึกหัดการสร้างด้วยไม้บรรทัดและวงเวียน -มอบหมายงาน	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ
6	**รูปพีระมิดแบบสามมิติ** - การสร้างรูปพีระมิดแบบสามมิติ **รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก** - การสร้างรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก - การหาระยะระหว่างจุดสองจุดในปริภูมิสามมิติ	2	2	-บรรยาย -อภิปราย -ซักถาม ตอบคำถาม - แบบฝึกหัด และทำการบ้านส่ง -ประมวลผลการเรียนรู้ย่อย	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ
7	**เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสามมิติ** - การสร้างเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสามมิติ - การหาขนาดของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสามมิติ - การหาผลคูณเชิงเวกเตอร์และหาผลคูณเชิงสเกลาร์ในระบบพิกัดฉากสามมิติ	2	2	-บรรยาย -อภิปราย -ซักถาม ตอบคำถาม - แบบฝึกหัด และทำการบ้านส่ง -มอบหมายงาน	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ
8	**สอบกลางภาค** - สร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า - แสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสด้วยการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก	2	2	-บรรยาย -อภิปราย -ซักถาม ตอบคำถาม - แบบฝึกหัด และทำการบ้านส่ง -มอบหมายงาน	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ -สอบปฏิบัติ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ
9	**ฟังก์ชันและการดำเนินการของฟังก์ชัน** - การเขียนกราฟของฟังก์ชัน - ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ - การเขียนกราฟของฟังก์ชันโดยใช้คำสั่ง sgn, Trunc และ round - การดำเนินการของฟังก์ชันพีชคณิต - ฟังก์ชันประกอบ	2	2	-บรรยาย -อภิปราย -ซักถาม ตอบคำถาม - แบบฝึกหัด และทำการบ้านส่ง -มอบหมายงาน	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ
10	**ฟังก์ชันตรีโกณมิติและกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ** - ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กราฟของฟังก์ชัน	2	2	-บรรยาย -อภิปราย - ปฏิบัติงานที่ได้รับมอบหมาย	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ

สัปดาห์ที่	หัวข้อ/รายละเอียด	ชั่วโมงสอนต่อสัปดาห์		กิจกรรมการสอน	สื่อที่ใช้ในการสอน	ผู้สอน
		ท.	ป.			
11	**เมตริกซ์และระบบสมการเชิงเส้น** - การหาตัวกำหนดและตัวผกผันของเมตริกซ์ - การใช้ GSP และการใช้เมตริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น - การใช้ GSP เขียนกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง	2	2	-บรรยาย -อภิปราย -ซักถาม ตอบคำถาม -มอบหมายงาน -นำเสนอปากเปล่า	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ
12	**ภาคตัดกรวย** - การสำรวจภาคตัดกรวยด้วย GSP และค่าความเยื้องศูนย์กลาง - การสำรวจวงรีด้วย GSP และค่าความเยื้องศูนย์กลาง - การสำรวจวงรีด้วย GSP และนิยามเชิงเรขาคณิต - การสำรวจวงรีด้วย GSP และนิยามเชิงพีชคณิต	2	2	-บรรยาย -อภิปราย -ซักถาม ตอบคำถาม -มอบหมายงาน -นำเสนอปากเปล่า	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ
13	**ภาคตัดกรวย : การเลื่อนกราฟ** - การเขียนกราฟของวงรี - การสำรวจกราฟของวงรีด้วย sliders - การสำรวจหราฟของพาราโบลา - การสำรวจกราฟของพาราโบลาที่มีแกนในแนวแกนนอน	2	2	-บรรยาย -อภิปราย -ซักถาม ตอบคำถาม -มอบหมายงาน -นำเสนอปากเปล่า	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ
14	**การบูรณาการวิชาเรขาคณิต พีชคณิต และแคลคูลัส** - การหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่แนบในรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว - การหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่แนบในรูปสามเหลี่ยม	2	2	-บรรยาย -อภิปราย -ซักถาม ตอบคำถาม -มอบหมายงาน -นำเสนอปากเปล่า	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ
15	**แคลคูลัส : โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง** - โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราการเปลี่ยนแปลง - ปริพันธ์และพื้นที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง - การหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง - การหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งโดยใช้เครื่องมือกำหนดเอง	2	2	-บรรยาย -อภิปราย -ซักถาม ตอบคำถาม -มอบหมายงาน -นำเสนอปากเปล่า	-Power point -เอกสารประกอบการบรรยาย -หนังสือ	อ.อภิวัฒน์ คำภีระ
16	**สอบปลายภาค**					

2. แผนการประเมินผลการเรียนรู้					
กิจกรรมที่	**การเรียนรู้ด้าน**	**ผลการเรียนรู้**	**วิธีการประเมิน**	**สัปดาห์ที่ประเมิน**	**สัดส่วนของการประเมิน**
1	คุณธรรม จริยธรรม	1. [o] มีความซื่อสัตย์ สุจริต 2. [o] มีระเบียบวินัย 3. [o] มีจิตสำนึก และตระหนักในการปฏิบัติตาม จรรยาบรรณทางวิชาการและวิชาชีพ 4. [o] เคารพสิทธิ และความคิดเห็นของผู้อื่น 5. [o] มีจิตสาธารณะ	-สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติ -การตรงต่อเวลา -การขานชื่อหรือเซ็นชื่อ -การเข้าร่วมกิจกรรม	1-15	5 %
2	ความรู้	1. [●] มีความรู้ ในหลักการ และทฤษฎีทางด้านคณิตศาสตร์ 2. [●] มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาอธิบายหลักการและทฤษฎีในศาสตร์เฉพาะ 3. [●] สามารถติดตามความก้าวหน้าทางวิชาการ โดยเฉพาะอย่างยิ่งด้านคณิตศาสตร์ 4. [●] มีความรอบรู้ในศาสตร์ต่างๆ ที่จะนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน	- การสอบข้อเขียน (สอบย่อย) - การรายงานผลการสืบค้น การนำเสนองานนิทรรศการ	-6 -10 - 2-14	30%
3	ทักษะทางปัญญา	1.[●] สามารถคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบและมีเหตุมีผลตามหลักการทางคณิตศาสตร์ 2.[●] นำความรู้ทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ ไปประยุกต์กับสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง และเหมาะสม 3.[●] มีความใฝ่รู้ สามารถวิเคราะห์ และสังเคราะห์ความรู้ จากแหล่งข้อมูลต่างๆ ที่หลากหลายได้อย่างถูกต้อง และสร้างสรรค์เพื่อนำไปสู่การสร้างนวัตกรรม	ประเมินผลการดำเนิน กิจกรรมการแสดงนิทรรศการ การออกบูธ รายงานผลิตงานที่มอบหมายและการแก้ปัญหา	2-14	30%
4	ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ	1. [●] มีภาวะผู้นำ โดยสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่น ในฐานะผู้นำ และสมาชิกที่ดี 2. [●] มีความรับผิดชอบ ต่อสังคม และองค์กร 3. [●] สามารถปรับตัวเข้ากับสถานการณ์และวัฒนธรรมขององค์กรที่ไปปฏิบัติงาน	ประเมินจากการสังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในชั้นเรียน และการระดมความคิด	1-15	30%
5	ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสาร และสารสนเทศ	1. [●] สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์ประยุกต์เพื่อการวิเคราะห์ ประมวลผล การแก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่างเหมาะสม	ประเมินผลจากทักษะการเขียนผลงาน การอ่าน การแปลผล และการนำเสนอปากเปล่า	1-15	5%

2. แผนการประเมินผลการเรียนรู้					
กิจกรรมที่	การเรียนรู้ด้าน	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนของการประเมิน
		2. [●] มีทักษะในการสื่อสารภาษาไทยได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งการเลือกใช้รูปแบบการสื่อสารได้อย่างเหมาะสม 3.[o] มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษหรือภาษาต่างประเทศอื่น เพื่อการค้นคว้าได้อย่างเหมาะสม และจำเป็น 4. [●] สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้น และเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเหมาะสมกับสถานการณ์	สังเกตพฤติกรรม การค้นคว้า จากการรายงานผลการสืบค้น		

หมวดที่ 6 ทรัพยากรประกอบการเรียนการสอน

1. ตำราและเอกสารหลัก

[1] สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2549). เทคนิคการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ขั้นสูง. กระทรวงศึกษาธิการ. กรุงเทพมหานคร.

2. เอกสารและข้อมูลแนะนำ

[1] สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. คู่มือการใช้งาน**โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ขั้นสูง. กระทรวงศึกษาธิการ. กรุงเทพมหานคร.**

หมวดที่ 7 การประเมินและปรับปรุงการดำเนินการของรายวิชา

1. กลยุทธ์การประเมินประสิทธิผลของรายวิชาโดยนักศึกษา

1.1 แบบประเมินผู้สอนและแบบประเมินรายวิชาโดยนักศึกษา

1.2 การสังเกตการณ์จากพฤติกรรมของผู้เรียน

1.3 การสนทนากลุ่มระหว่างผู้สอนและผู้เรียน

1.4 เปิดโอกาสให้นักศึกษาแสดงความคิดเห็นต่อผลการเรียนเมื่อสิ้นสุดการศึกษา

2. กลยุทธ์การประเมินการสอน

2.1 สังเกตการสอนของผู้ร่วมทีมการสอน

2.2 ผลการสอบ

2.3 การทวนสอบผลประเมินการเรียนรู้

2.4 ผลการประเมินความพึงพอใจต่อสภาพการจัดบรรยากาศในชั้นเรียน ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ของคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

3. การปรับปรุงการสอน

หลังจากผลการประเมินการสอนในข้อ 2 จึงมีการปรับปรุงการสอนโดยการจัดกิจกรรมในการระดมสมองและหาข้อมูลเพิ่มเติมในการปรับปรุงการสอน ดังนี้

3.1 สัมมนาการจัดการเรียนการสอน

3.2 การวิจัยในและนอกชั้นเรียน

4. การทวนสอบมาตรฐานผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษาในรายวิชา

ในระหว่างกระบวนการสอนรายวิชา มีการทวนสอบผลสัมฤทธิ์ในรายหัวข้อ ตามที่คาดหวังจากการเรียนรู้ในวิชา ได้จากการสอบถามนักศึกษา หรือการสุ่มตรวจผลงานของนักศึกษา รวมถึงพิจารณาจากผลการทดสอบย่อย และหลังการออกผลการเรียนรายวิชา มีการทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยรวมในวิชาได้ ดังนี้

4.1 การทวนสอบการให้คะแนนจากการสุ่มตรวจผลงานของนักศึกษาโดยอาจารย์อื่น หรือผู้ทรงคุณวุฒิที่ไม่ใช่อาจารย์ประจำหลักสูตร

4.2 มีการตั้งคณะกรรมการในสาขาวิชาตรวจสอบผลการประเมินการเรียนรู้ของนักศึกษา โดยตรวจสอบข้อสอบ รายงานวิธีการให้คะแนนสอบและการให้คะแนนพฤติกรรม

5. การดำเนินการทบทวนและการวางแผนปรับปรุงประสิทธิผลของรายวิชา

จากผลการประเมิน และทวนสอบผลสัมฤทธิ์ประสิทธิผลรายวิชา ได้มีการวางแผนการปรับปรุงการสอนและรายละเอียดวิชาเพื่อให้เกิดคุณภาพมากขึ้น ดังนี้

5.1 ปรับปรุงรายวิชาทุก 4 ปีหรือตามข้อเสนอแนะและผลการทวนสอบมาตรฐานผลสัมฤทธิ์ตามข้อ 4

5.2 เปลี่ยนหรือสลับอาจารย์ผู้สอน เพื่อให้นักศึกษามีมุมมองในเรื่องการประยุกต์ความรู้นี้กับปัญหาที่มาจากงานวิจัยของอาจารย์หรือความก้าวหน้าทางวิชาการต่าง ๆ

ภาคผนวก ง

แบบสรุปองค์ความรู้จากงานวิจัย

แบบสรุปองค์ความรู้จากงานวิจัย

ชื่อโครงการ การสร้างชุดฝึกการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์
เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่
ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

ชื่อผู้รับผิดชอบโครงการ นายอภิวัฒน์ คำภีระ

แหล่งทุน มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ **ปีงบประมาณ** 2556

ทฤษฎีบทปีทาโกรัส กล่าวว่า “ผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก” โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก สามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ซึ่งสามารถแสดงได้โดยใช้รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ดังต่อไปนี้

นิยาม 1 ให้ $n_1, n_2, ..., n_k$ เป็นความยาวด้านของรูปเรขาคณิต และ $c_1, c_2, ..., c_k$ เป็นขนาดมุมภายในของรูปเรขาคณิต จะเรียกรูปเรขาคณิตนี้ว่า รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ก็ต่อเมื่อ $n_1 = n_2 = ... = n_k$ และ $c_1 = c_2 = ... = c_k$ เมื่อ $n_1, n_2, ..., n_k$ และ $c_1, c_2, ..., c_k \in R$

นิยาม 2 วงกลมแนบในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า คือ เซตของจุดที่มีระยะห่างจากจุดคงที่เป็นระยะทางที่เท่ากันและมากที่สุด ที่บรรจุอยู่ภายในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

นิยาม 3 วงกลมมแนบนอกรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า คือ เซตของจุดที่มีระยะห่างจากจุดคงที่เป็นระยะทางที่เท่ากันและน้อยที่สุด ที่รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบรรจุอยู่ภายในนั้น

ทฤษฎีบท 1 พื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า คือ

$$\frac{n}{2}mr = \frac{1}{4}nm^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$ ตารางหน่วย

เมื่อ n แทน จำนวนด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
m แทน ความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
r แทน รัศมีวงกลมแนบในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
R แทน รัศมีวงกลมมแนบนอกรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

สิ่งที่กำหนดให้

ให้มุมภายในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า คือ $\frac{360^\circ}{n}$

B เป็นจุดศูนย์กลางวงกลมแนบนอกรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

$A\hat{B}C$ เป็นมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

$\overline{BC}$ แทน รัศมีวงกลมแนบนอกรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งยาว R หน่วย

$\overline{BP}$ แทน รัศมีวงกลมแนบในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งยาว r หน่วย

$\overline{AC}$ แทน ความยาวด้านรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งยาว m หน่วย

$P\hat{B}C$ เป็นมุมที่เกิดจากรัศมีวงกลมแนบในตั้งฉากกับ $\overline{AC}$ ให้มีขนาดเป็น θ

จะได้ว่า $\theta = \dfrac{360^\circ/2}{n} = \dfrac{180^\circ}{n}$

พิสูจน์ จะแสดงว่า $r = \cot\left(\dfrac{180^\circ}{n}\right)$

$$\tan\theta = \frac{m/2}{r}$$

$\therefore$ $$r = \frac{m/2}{\tan\theta} = \frac{m}{2}\cdot\cot\theta$$

นั่นคือ $$r = \frac{m}{2}\cdot\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \qquad \ldots\ldots\ldots (1)$$

จากพื้นที่รูปสามเหลี่ยม $= \dfrac{1}{2}\times m\times r$ ตารางหน่วย

จาก (1) จะได้ว่าพื้นที่รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

$$= \frac{1}{2}\times n\times m\times\frac{m}{2}\cdot\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{4}\times nm^2\cdot\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

นั่นคือ พื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า $= \dfrac{1}{4}nm^2\cot\left(\dfrac{180^\circ}{n}\right)$ ตารางหน่วย ⊘

ตัวอย่างที่ 1 การแสดงความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ โดยรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยมีด้านอยู่บนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ที่มีความยาวด้านเท่ากับ a และ b หน่วย ตามลำดับ c หน่วย

เมื่อกำหนดให้

A_1 แทน รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความยาวด้านแต่ละด้านเท่ากับ a หน่วย

A_2 แทน รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความยาวด้านแต่ละด้านเท่ากับ b หน่วย

A_3 แทน รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความยาวด้านแต่ละด้านเท่ากับ c หน่วย

แล้ว

พิสูจน์ จะแสดงว่า $A_1 + A_2 = A_3$

และมีความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$

จาก สูตรพื้นที่รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า $= \dfrac{n}{4}s^2\cot\left(\dfrac{180^\circ}{n}\right)$ ตารางหน่วย

จะได้ว่า $$\frac{n}{4}a^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)+\frac{n}{4}b^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)=\frac{n}{4}c^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

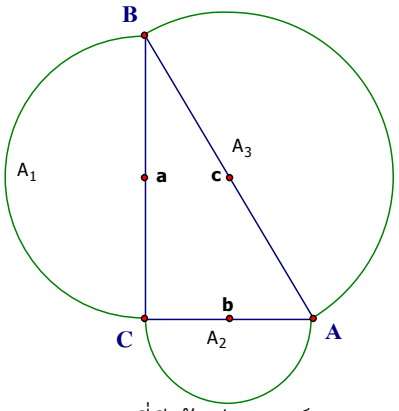
$$na^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)+nb^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)=nc^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$a^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)+b^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)=c^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$\therefore$ $$a^2+b^2=c^2$$

นั่นคือ ผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก ⊘

ตัวอย่างที่ 2 ความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยใช้รูปครึ่งวงกลมโดยมีเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปวงกลมบนประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ที่มีความยาวด้านเท่ากับ a และ b หน่วย ตามลำดับ c หน่วย ตามลำดับ ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 แสดงรูปวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองและด้านตรงข้ามมุมฉาก

พิสูจน์ จะแสดงว่า

พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลม A_1 + พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลม A_2 = พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลม A_3

และมีความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$

จาก สูตรพื้นที่รูปครึ่งวงกลม คือ

$\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2=\frac{\pi x^2}{4}$; x แทน เส้นผ่านศูนย์กลางของด้านของรูปวงกลม

จะได้ว่า

พื้นที่รูปครึ่งวงกลม A_1 + พื้นที่รูปครึ่งวงกลม A_2 = พื้นที่รูปครึ่งวงกลม A_3

จะได้ $$\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2+\pi\left(\frac{b}{2}\right)^2=\pi\left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$\pi\frac{a^2}{4}+\pi\frac{b^2}{4}+=\pi\frac{c^2}{4}$$

$\therefore$ $$a^2+b^2=c^2$$

นั่นคือ ผลรวมของพื้นที่ของครึ่งวงกลมบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูปครึ่งวงกลมบนด้านตรงข้ามมุมฉาก ⊘

จากการแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสเห็นได้ชัดเจนว่าสามารถเขียนผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมที่มีความยาวด้านเท่ากับด้านประกอบมุมฉากทั้งสองรูป เท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมที่มีความยาวเท่ากับด้านตรงข้ามมุมฉากให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ได้

สำหรับการแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2=a^2+b^2$ ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สามารถทำได้โดยใช้เมนูสร้างและเมนูการแปลง ส่วนการแสดงผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉาก เท่ากับพื้นที่รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่อยู่บนด้านตรงข้ามมุมฉาก ด้วยเมนูการวัด

แบบสรุปองค์ความรู้จากงานวิจัย

ชื่อโครงการ การสร้างชุดฝึกการคิดแบบอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์
เพื่อพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่
ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

ชื่อผู้รับผิดชอบโครงการ นายอภิวัฒน์ คำภีระ

แหล่งทุน มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ **ปีงบประมาณ** 2556

ทฤษฎีบทปีทาโกรัส กล่าวว่า “ผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก” โดยที่ a และ b เป็นความยาวด้านประชิดมุมฉากทั้งสองของสามเหลี่ยมมุมฉาก และ c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก สามารถเขียนทฤษฎีบทนี้ให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ซึ่งสามารถแสดงได้โดยใช้รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ดังต่อไปนี้

นิยาม 1 ให้ $n_1, n_2, ..., n_k$ เป็นความยาวด้านของรูปเรขาคณิต และ $c_1, c_2, ..., c_k$ เป็นขนาดมุมภายในของรูปเรขาคณิต จะเรียกรูปเรขาคณิตนี้ว่า รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ก็ต่อเมื่อ $n_1 = n_2 = ... = n_k$ และ $c_1 = c_2 = ... = c_k$ เมื่อ $n_1, n_2, ..., n_k$ และ $c_1, c_2, ..., c_k \in R$

นิยาม 2 วงกลมแนบในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า คือ เซตของจุดที่มีระยะห่างจากจุดคงที่เป็นระยะทางที่เท่ากันและมากที่สุด ที่บรรจุอยู่ภายในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

นิยาม 3 วงกลมมแนบนอกรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า คือ เซตของจุดที่มีระยะห่างจากจุดคงที่เป็นระยะทางที่เท่ากันและน้อยที่สุด ที่รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบรรจุอยู่ภายในนั้น

ทฤษฎีบท 1 พื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า คือ

$$\frac{n}{2}mr = \frac{1}{4}nm^2 \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$ ตารางหน่วย

เมื่อ n แทน จำนวนด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
m แทน ความยาวด้านของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
r แทน รัศมีวงกลมแนบในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
R แทน รัศมีวงกลมมแนบนอกรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

สิ่งที่กำหนดให้

ให้มุมภายในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า คือ $\frac{360^\circ}{n}$

B เป็นจุดศูนย์กลางวงกลมแนบนอกรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

$A\hat{B}C$ เป็นมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

$\overline{BC}$ แทน รัศมีวงกลมแนบนอกรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งยาว R หน่วย
$\overline{BP}$ แทน รัศมีวงกลมแนบในรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งยาว r หน่วย
$\overline{AC}$ แทน ความยาวด้านรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งยาว m หน่วย
$P\hat{B}C$ เป็นมุมที่เกิดจากรัศมีวงกลมแนบในตั้งฉากกับ $\overline{AC}$ ให้มีขนาดเป็น θ
จะได้ว่า $\theta = \frac{360^\circ/2}{n} = \frac{180^\circ}{n}$

พิสูจน์ จะแสดงว่า $r = \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$

$$\tan\theta = \frac{m/2}{r}$$

$$\therefore \quad r = \frac{m/2}{\tan\theta} = \frac{m}{2}\cdot\cot\theta$$

นั่นคือ $$r = \frac{m}{2}\cdot\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \qquad \ldots\ldots\ldots (1)$$

จากพื้นที่รูปสามเหลี่ยม $= \frac{1}{2}\times m\times r$ ตารางหน่วย

จาก (1) จะได้ว่าพื้นที่รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

$$= \frac{1}{2}\times n\times m\times\frac{m}{2}\cdot\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{4}\times nm^2\cdot\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

นั่นคือ พื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า $= \frac{1}{4}nm^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$ ตารางหน่วย ⊘

ตัวอย่างที่ 1 การแสดงความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ โดยรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยมีด้านอยู่บนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ที่มีความยาวด้านเท่ากับ a และ b หน่วย ตามลำดับ c หน่วย

เมื่อกำหนดให้

A_1 แทน รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความยาวด้านแต่ละด้านเท่ากับ a หน่วย
A_2 แทน รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความยาวด้านแต่ละด้านเท่ากับ b หน่วย
A_3 แทน รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีความยาวด้านแต่ละด้านเท่ากับ c หน่วย
แล้ว

พิสูจน์ จะแสดงว่า $A_1 + A_2 = A_3$

และมีความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$

จาก สูตรพื้นที่รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า $= \frac{n}{4}s^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$ ตารางหน่วย

จะได้ว่า $$\frac{n}{4}a^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)+\frac{n}{4}b^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)=\frac{n}{4}c^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$na^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)+nb^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)=nc^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

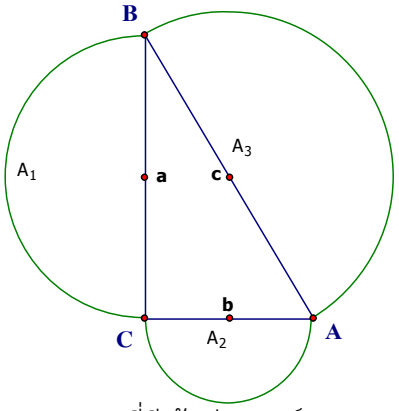
$$a^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)+b^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)=c^2\cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$\therefore$ $$a^2+b^2=c^2$$

นั่นคือ ผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

⦸

ตัวอย่างที่ 2 ความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ด้วยใช้รูปครึ่งวงกลมโดยมีเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปวงกลมบนประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ที่มีความยาวด้านเท่ากับ a และ b หน่วย ตามลำดับ c หน่วย ตามลำดับ ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 แสดงรูปวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสองและด้านตรงข้ามมุมฉาก

พิสูจน์ จะแสดงว่า

พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลม A_1 + พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลม A_2 = พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลม A_3

และมีความสัมพันธ์เชิงด้านในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$

จาก สูตรพื้นที่รูปครึ่งวงกลม คือ

$\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2=\frac{\pi x^2}{4}$; x แทน เส้นผ่านศูนย์กลางของด้านของรูปวงกลม

จะได้ว่า

พื้นที่รูปครึ่งวงกลม A_1 + พื้นที่รูปครึ่งวงกลม A_2 = พื้นที่รูปครึ่งวงกลม A_3

จะได้ $$\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2+\pi\left(\frac{b}{2}\right)^2=\pi\left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$\pi\frac{a^2}{4}+\pi\frac{b^2}{4}+=\pi\frac{c^2}{4}$$

$\therefore$ $$a^2+b^2=c^2$$

นั่นคือ ผลรวมของพื้นที่ของครึ่งวงกลมบนด้านประชิดมุมฉากทั้งสอง จะเท่ากับพื้นที่ของรูปครึ่งวงกลมบนด้านตรงข้ามมุมฉาก

⊘

จากการแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสเห็ได้ชัดเจนว่าสามารถเขียนผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมที่มีความยาวด้านเท่ากับด้านประกอบมุมฉากทั้งสองรูป เท่ากับพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมที่มีความยาวเท่ากับด้านตรงข้ามมุมฉากให้อยู่ในรูป สมการ $c^2 = a^2 + b^2$ ได้

สำหรับการแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัส โดยการสร้างรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉาก ที่มีความสัมพันธ์ของด้านประกอบมุมฉากเป็น $c^2=a^2+b^2$ ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สามารถทำได้โดยใช้เมนูสร้างและเมนูการแปลง ส่วนการแสดงผลรวมของพื้นที่ของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบนด้านประชิดมุมฉาก เท่ากับพื้นที่รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่อยู่บนด้านตรงข้ามมุมฉาก ด้วยเมนูการวัด

ประวัตินักวิจัย

ชื่อ-ชื่อสกุล	:	นายอภิวัฒน์ คำภีระ
วัน เดือน ปีเกิด	:	24 มกราคม 2526
ภูมิลำเนา	:	67 หมู่ที่ 1 ตำบลฝายนาแซง อำเภอหล่มสัก จังหวัดเพชรบูรณ์
วุฒิการศึกษา	:	สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี ครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชา คณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ เมื่อปีการศึกษา 2549 กำลังศึกษาระดับปริญญาโท หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยบูรพา
ตำแหน่งหน้าที่	:	อาจารย์ประจำพิเศษ หลักสูตรสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์
งานวิจัย	:	การสร้างบทพิสูจน์ทฤษฎีบทปีทาโกรัสแนวใหม่ ด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP).