



รายงานการวิจัย

การสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิตัวด้วยวิธีเบส์
ในการควบคุมคุณภาพการผลิต

Bayesian Control Chart for Number of Defects
in Production Quality Control

หยาดพิรุณ ศุภรากรสกุล
สาขาคณิตศาสตร์และสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

ปี 2568

รายงานโครงการวิจัยฉบับสมบูรณ์

การสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิตัวด้วยวิธีเบส์
ในการควบคุมคุณภาพการการผลิต

Bayesian Control Chart for Number of Defects
in Production Quality Control

หยาดพิรุณ ศุภรากรสกุล

สาขาคณิตศาสตร์และสถิติประยุกต์
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ทุนอุดหนุนโดย ทุนอุดหนุนงานวิจัย พัฒนาวิทยาศาสตร์ วิจัยและนวัตกรรม
ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2567
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

ชื่องานวิจัย	การสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิด้วยวิธีเบส์ในการควบคุม คุณภาพการผลิต Bayesian Control chart for Number of Defects in Production Quality Control
ผู้วิจัย	หยาดพิรุณ ศุภรากรสกุล
ผู้ร่วมวิจัย/ที่ปรึกษา	-
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์และสถิติประยุกต์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ ปีเสรีจวิชัย 2568

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้นำเสนอการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเบส์เมื่อกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมา และนำไปเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวคิดดั้งเดิมและแนวคิดเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์

วิธีการดำเนินการวิจัยนี้แบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน ประกอบด้วย 1) ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่การพิสูจน์ทฤษฎีเพื่อนำไปสู่การสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเบส์เมื่อกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมาภายใต้ฟังก์ชันการสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสอง และหลังจากพิสูจน์ทฤษฎีแล้ว 2) พัฒนาโปรแกรมเพื่อจำลองสถานการณ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิที่นำเสนอและโดยใช้แนวคิดดั้งเดิมและแนวคิดเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์

ผลการศึกษาพบว่า ส่วนใหญ่แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเบส์ที่นำเสนอมีประสิทธิภาพ โดยพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) ซึ่งให้มากที่สุดเกือบทุกกรณีเมื่อพารามิเตอร์มีขนาดเล็ก และเมื่อพารามิเตอร์มีขนาดใหญ่ขึ้น วิธีดั้งเดิมจะมีประสิทธิภาพมากที่สุด

คำสำคัญ : แผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ, เบส์, ความยาวรันเฉลี่ย

Research Title Bayesian Control chart for Number of Defects in Production
Quality Control

Researcher Yadpirun Supharakonsakun

Co-research/Mentor -

Department Applied Mathematics and Statistics
Phetchabun Rajabhat University 2025

Abstract

This research proposes the development of a c chart for monitoring the total number of nonconformities using a Bayesian approach with a gamma distribution prior under a squared error loss function. A comparative analysis is conducted between two existing methods—frequentist and Bayesian (using Jeffreys prior)—for c chart construction.

The study employs two research methodologies: (1) a literature review for deriving the Bayesian c chart for nonconformities and (2) a simulation study to evaluate the comparative performance of the proposed and existing methods. The simulation considers different values of λ (the mean number of nonconformities) and the number of inspection units (n), with performance measured using the average run length (ARL), where a higher ARL is preferable.

The results indicate that the proposed Bayesian c chart generally yields larger ARL values and lower false alarm rates (FAR), particularly when λ is small. This suggests that the Bayesian method with a gamma prior is highly efficient for c chart construction, as it produces ARL values closer to the expected nominal value of 370.3704. However, the frequentist approach is more effective when λ is large.

keywords : c chart, Bayesian, average run length

กิตติกรรมประกาศ

รายงานการวิจัยฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีจากคำแนะนำต่าง ๆ จากคณาจารย์ในมหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ และความร่วมมือช่วยเหลืออย่างดียิ่งจากบุคลากรหลายฝ่าย ที่สละเวลาให้คำแนะนำคำปรึกษา รวมถึงข้อเสนอแนะต่าง ๆ อันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการดำเนินการวิจัยในครั้งนี้

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณสำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมวิทยาศาสตร์ วิจัยและนวัตกรรม (กสว.) และสถาบันวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ที่ได้พิจารณาให้ทุนอุดหนุนการวิจัยครั้งนี้มา ณ ที่นี้ด้วย

สุดท้ายนี้ขอขอบพระคุณสมาชิกในครอบครัว โดยเฉพาะมารดา ผู้ให้ไม่มีที่สิ้นสุด ที่คอยอยู่เคียงข้างให้กำลังใจ เข้าใจทุกสภาวะกาลของชีวิตเรื่อยมาและตลอดไป

หยาดพิรุณ ศุภรากรสกุล

28 กุมภาพันธ์ 2568

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ข
กิตติกรรมประกาศ.....	ค
สารบัญตาราง.....	จ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	3
1.3 ขอบเขตการดำเนินการวิจัย.....	3
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	4
บทที่ 2 การทบทวนวรรณกรรม.....	5
2.1 การควบคุมคุณภาพทางสถิติ.....	5
2.2 แนวคิดแบบเบส์.....	7
2.3 การแจกแจงและคุณสมบัติที่สำคัญเกี่ยวกับการแจกแจง.....	8
2.3 การแจกแจงและคุณสมบัติที่สำคัญเกี่ยวกับการแจกแจง.....	8
2.4 การทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง.....	12
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	16
3.1 การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้วิธีดั้งเดิม.....	16
3.2 การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้วิธีเบส์.....	17
3.3 การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้วิธีที่นำเสนอ.....	18
บทที่ 4 ผลการวิจัย.....	21
4.1 การพิสูจน์ทฤษฎี.....	21
4.2 การจำลองสถานการณ์.....	27
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	49
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	49
5.2 อภิปรายผล.....	50
5.3 ข้อเสนอแนะ.....	51
บรรณานุกรม.....	53
ประวัติผู้วิจัย.....	54

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่

4.1	ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 5, 10 และ 15 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.25)$	29
4.2	ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 20, 25 และ 30 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.25)$	30
4.3	ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 50, 100 และ 200 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.25)$	31
4.4	ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 5, 10 และ 15 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.25)$	32
4.5	ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 20, 25 และ 30 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.25)$	33
4.6	ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 50, 100 และ 200 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.25)$	34
4.7	ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 5, 10 และ 15 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.5)$	36
4.8	ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 20, 25 และ 30 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.5)$	37
4.9	ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 50, 100 และ 200 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.5)$	38
4.10	ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 5, 10 และ 15 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.5)$	39
4.11	ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 20, 25 และ 30 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.5)$	40
4.12	ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 50, 100 และ 200 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.5)$	41
4.13	ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 5, 10 และ 15 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 1)$	42
4.14	ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 20, 25 และ 30 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 1)$	43
4.15	ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 50, 100 และ 200 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 1)$	44
4.16	ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 5, 10 และ 15 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 1)$	45
4.17	ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 20, 25 และ 30 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 1)$	46
4.18	FAR สำหรับ n เท่ากับ 50, 100 และ 200 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 1)$	47

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การควบคุมคุณภาพด้วยวิธีการทางสถิติ (Statistical Quality Control: SQC) เป็นวิธีการในการใช้ประโยชน์ทางสถิติมาเป็นเครื่องมือในการรักษาคุณภาพของสินค้าในกระบวนการผลิตหรือการบริการให้ตรงตามมาตรฐานที่กำหนด โดยอาศัยหลักการทางสถิติในการพิจารณาข้อมูลที่วัดได้จากการกระบวนการผลิตจะมีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) ซึ่งนำมาใช้สร้างเป็นแผนภูมิควบคุม (Control Chart) เพื่อใช้ในการตรวจสอบความต่อเนื่องของกระบวนการผลิต หาความสามารถของกระบวนการ (Process Capability) และใช้ในการตรวจสอบความแม่นยำและความเที่ยงตรงของกระบวนการผลิต หากพบว่ามีค่าความแปรผันของข้อมูลที่เกิดขึ้นเกินกว่าขอบเขตที่กำหนดหรือรับได้ ผู้ควบคุมจะต้องวิเคราะห์หาสาเหตุของความผิดปกติ (Special Cause Variation) เพื่อดำเนินแก้ไขให้ทันเวลาก่อนจะเกิดความเสียหายขึ้นในปริมาณมาก โดยการตรวจสอบคุณภาพจะต้องมีเครื่องมือต่าง ๆ ที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพ ซึ่งอาจจะเป็นวัตถุทางเคมี อุปกรณ์ต่าง ๆ และเทคนิคการตรวจสอบ ซึ่งอาจมีการเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ เพื่อให้สอดคล้องกับความเป็นจริงทางวิทยาศาสตร์ ผู้ที่จะการตรวจสอบจะต้องได้รับความรู้ที่ ทันสมัยอยู่เสมอ มีการอบรมอยู่ตลอดเวลา และต้องมีการรักษาความถูกต้อง สามารถจำแนกลักษณะการตรวจสอบแบ่งเป็น 3 แบบ คือ การตรวจสอบเชิงปริมาณ การตรวจสอบเชิงคุณลักษณะดีหรือเสีย และการตรวจสอบเชิงรอยตำหนิ ในการตรวจสอบเชิงปริมาณ จะเป็นการตรวจสอบเพื่อให้คุณลักษณะของชิ้นส่วนอยู่ในขอบเขตมาตรฐานที่กำหนด โดยจะกำหนดค่าเป็นตัวเลขที่แสดงถึงขีดจำกัดบน และขีดจำกัดล่าง ค่าของคุณลักษณะของชิ้นส่วนสามารถกำหนดค่าออกมาให้เป็นตัวเลขที่เกิดจากการชั่ง ตวง วัด เช่น การวัดความยาวของชิ้นงาน การวัดน้ำหนักของผลิตภัณฑ์ การวัดปริมาณของผลิตภัณฑ์ เป็นต้น การตรวจเชิงลักษณะดีหรือเสีย เป็นการตรวจสอบเพื่อควบคุมจำนวนรอยตำหนิที่เกิดขึ้น เช่น การตรวจสอบอาหารขนมขบเคี้ยวบรรจุถุงว่าดีหรือเสีย การตรวจสอบถ่ายไฟฉายว่าใช้ได้หรือไม่ การตรวจสอบหลอดไฟว่าติดหรือไม่ติด เป็นต้น ส่วนการตรวจสอบเชิงรอยตำหนิ เป็นการตรวจสอบเพื่อควบคุมจำนวนรอยตำหนิบนชิ้นส่วนหรือผลิตภัณฑ์ให้อยู่ภายใต้ขอบเขตที่กำหนด (Control of Defects) เช่น จำนวนรอยตำหนิของอุปกรณ์สุญญากาศ จำนวนรอยตำหนิของเฟอร์นิเจอร์ (อาจจะมีรอยต่างตำของสี, สีไม่เรียบ) จำนวนรอยตำหนิเสื้อผ้าเครื่องนุ่งห่ม (ด้ายหลุดลุ่ย, กระดุมหัก) เป็นต้น

โดยทั่วไปหากพิจารณาข้อมูลที่รวบรวมเกี่ยวกับจำนวนสิ่งที่สนใจภายใต้ขอบเขตพื้นที่หรือช่วงเวลาที่กำหนด ข้อมูลเหล่านั้นจะถูกพิจารณาว่ามีการแจกแจงแบบปัวซอง ดังนั้นในการดำเนินการ

ควบคุมคุณภาพทางสถิติ จึงมีข้อมูลอยู่ในรูปแบบการแจกแจงที่หลากหลาย ไม่ใช่แค่การแจกแจงปกติ ดังนั้นในกระบวนการควบคุมคุณภาพทางสถิติจะต้องคำนึงถึงการแจกแจงของข้อมูลและสร้างแผนภูมิควบคุมให้สอดคล้องกับข้อมูลที่เราพิจารณา หากข้อมูลถูกพิจารณาว่ามีการแจกแจงปัวซอง จะดำเนินการควบคุมคุณภาพทางสถิติโดยใช้แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ โดยจะเป็นการตรวจสอบจำนวนรอยตำหนิ จำนวนรอยร้าว จำนวนรอยขีดข่วน จำนวนรูของผลิตภัณฑ์หรือชิ้นงานนั้น ๆ โดยอาศัยพื้นฐานการแจกแจงปัวซอง จำนวนรอยตำหนิในการสุ่มแต่ละครั้งเป็นตัวแปรสุ่มของการแจกแจงปัวซอง และพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซองคือค่าเฉลี่ยของจำนวนรอยตำหนิ ซึ่งในการแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ จะพิจารณาค่าเฉลี่ยของตัวอย่างสำหรับค่าเฉลี่ยของจำนวนรอยตำหนิมาใช้ในการสร้างขีดจำกัดควบคุมภายใต้หลักการของการแจกแจงปัวซองที่ว่า ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของการแจกแจงปัวซองจะมีค่าเท่ากันนั่นเอง

การอนุมานด้วยวิธีเบส์ เป็นการอนุมานอีกวิธีหนึ่งที่ได้รับคามนิยมในการนำมาใช้ในการประมาณค่าหรือใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ด้วยหลักการที่แตกต่างจากแนวคิดดั้งเดิมแต่มีประสิทธิภาพด้วยค่าประมาณที่ได้จากวิธีดังกล่าวจะให้ค่าที่ใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงมากกว่าวิธีการอนุมานด้วยวิธีดั้งเดิม แนวคิดแบบเบส์จึงถูกนำมาประยุกต์ใช้งานอย่างแพร่หลาย ซึ่งโดยปกติแล้ว ในการอนุมานสำหรับวิธีประมาณค่า หากเป็นวิธีดั้งเดิม พารามิเตอร์จะถูกพิจารณาว่าเป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์จะใช้กระบวนการจากการสุ่มตัวอย่างมาใช้ในการประมาณค่า ในขณะที่แนวคิดเบส์ จะพิจารณาว่าพารามิเตอร์ที่เราสนใจนั้นเป็นตัวแปรสุ่มซึ่งตัวแปรสุ่มจะมีการแจกแจงและฟังก์ชันความน่าจะเป็น ดังนั้นในการอนุมานด้วยแนวคิดของเบส์ จึงนำความรู้ (Knowledge) พื้นฐานหรือความรู้ดั้งเดิมเกี่ยวกับพารามิเตอร์ (Prior distribution) มาช่วยในการประมาณ ซึ่งความรู้หรือการแจกแจงเบื้องต้นที่เราจะเลือกใช้เป็นความรู้ในการใช้การอนุมานด้วยแนวคิดเบส์ก็มีหลักการในการพิจารณาแตกต่างกันออกไป แต่วิธีการที่นิยมนำมากำหนดเป็นความรู้หรือการแจกแจงเบื้องต้นของพารามิเตอร์นั้น เราจะนิยามกำหนดให้เป็นการแจกแจงเบื้องต้นที่ให้ความรู้ที่เป็นประโยชน์ (Informative prior) แบบคอนจูเกต (Conjugate) เพื่อให้วิธีการอนุมานเบส์เกิดประสิทธิภาพสูงที่สุดนั่นเอง

ในการหาตัวประมาณของพารามิเตอร์ด้วยแนวคิดแบบเบส์ด้วยฟังก์ชันการแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution) ของพารามิเตอร์ด้วยฟังก์ชันของตัวอย่าง จะมีการพิจารณาฟังก์ชันสูญเสีย (Loss function) ที่เกิดขึ้น ดังนั้นในการประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีเบส์เทียบกับฟังก์ชันสูญเสีย และฟังก์ชันความหนาแน่นเริ่มต้นหรือการแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น เพื่อให้ได้ตัวประมาณที่มีความเสี่ยงแบบเบส์ต่ำสุดนั่นเอง ซึ่งฟังก์ชันสูญเสียมีการพิจารณาไปใช้ในการหาตัวประมาณแบบเบส์หลากหลายฟังก์ชัน ได้แก่ ฟังก์ชันสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Squared-error loss function)

ฟังก์ชันการสูญเสียคลาดเคลื่อนสมบูรณ์ (Absolute-error function) ฟังก์ชันสูญเสียกำลังสอง (Quadratic loss function) เป็นต้น

เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำวิธีการอนุมานเชิงสถิติด้วยวิธีเบส์ (Bayesian Approach) ภายใต้ฟังก์ชันการสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Squared Error Loss Function) มาประยุกต์ใช้ในการสร้างแผนภูมิควบคุม ซึ่งเป็นแนวความคิดที่แตกต่างจากแนวคิดแบบดั้งเดิม และยังเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมด้วยวิธีที่นำเสนอ กับแผนภูมิควบคุมด้วยวิธีดั้งเดิมอีกด้วย

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1 เพื่อสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเบส์ภายใต้ฟังก์ชันการสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Squared Error Loss Function) เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเอ็มพีริคัลเบส์กับแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิประเภทดั้งเดิม

1.2.2 เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเบส์ภายใต้ฟังก์ชันการสูญเสียการสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสองกับแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิประเภทดั้งเดิม

1.3 ขอบเขตของการดำเนินการวิจัย

ในการศึกษาวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเบส์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้กำหนดขอบเขตของการดำเนินการวิจัย ดังนี้

1.3.1 ในการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart จะพิจารณาจากข้อมูลที่มีการแจกแจงปัวซอง

1.3.2 กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นแบบคอนจูเกต (Conjugate Prior) โดยใช้เป็นการแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)

1.3.3 กำหนดจำนวนหน่วยตัวอย่าง n เท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 50, 100 และ 200

1.3.4 ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแกมมา $(\alpha, \beta) = (5, 0.25), (5, 0.5)$ และ $(5, 1)$

1.3.5 กำหนดพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซอง λ เท่ากับ 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 15, 20 และ

50

1.3.6 ทำการจำลองข้อมูลซ้ำจำนวน 20,000 รอบในแต่ละสถานการณ์

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.4.1 ได้องค์ความรู้เกี่ยวกับการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมา ภายใต้ฟังก์ชันการสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสอง

1.4.2 ทราบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมา กับแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิโดยใช้วิธีดั้งเดิม และวิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงเจฟฟรีย์

1.4.3 เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้วิธีอื่น

1.4.4 เพื่อเป็นแนวทางในการนำเอาวิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมาในการสร้างแผนภูมิควบคุมไปใช้ในการสร้างแผนภูมิควบคุมอื่น เช่น ประยุกต์ใช้กับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย แผนภูมิควบคุมส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แผนภูมิควบคุมสัดส่วนผลิตภัณฑ์เสีย แผนภูมิควบคุมจำนวนผลิตภัณฑ์เสีย เป็นต้น

1.4.5 เพื่อเป็นแนวทางในการนำเอาวิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมาไปใช้ในสถิติเชิงอนุมานอื่น หรือใช้ในกระบวนการการควบคุมคุณภาพเชิงสถิติด้านอื่น เช่น แผนการชักสิ่งตัวอย่างเพื่อการตรวจสอบ แผนการชักสิ่งตัวอย่างเพื่อการยอมรับ เป็นต้น

บทที่ 2

การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยนี้ นักวิจัยได้ศึกษาข้อมูล เอกสาร ทฤษฎี และงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับกับการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart โดยใช้แนวคิดเบส์มาช่วยในการสร้างแผนภูมิควบคุม โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 การควบคุมคุณภาพทางสถิติ

การควบคุมคุณภาพในการผลิตสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ รวมทั้งการควบคุมคุณภาพของการให้บริการล้วนแต่มีวัตถุประสงค์ในการลดการผันแปรของกระบวนการผลิต ซึ่งอาจมีสาเหตุเนื่องมาจากค่าหรือคุณสมบัติของผลิตภัณฑ์มักมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลาอันเกิดจากปัจจัยหลายประการ และถ้าหากความผันแปรที่เกิดขึ้นมีค่ามากอาจจะส่งผลกระทบต่อคุณภาพของผลิตภัณฑ์หรือบริการได้โดยตรง ดังนั้นจึงถือได้ว่า การควบคุมคุณภาพการผลิตจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการผลิตสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ในโรงงานอุตสาหกรรมรวมถึงอุตสาหกรรมการให้บริการ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องสร้างเครื่องมือมาใช้ในการควบคุมคุณภาพในการผลิตดังกล่าวเพื่อสร้างความพึงพอใจต่อผู้ซื้อ ผู้บริโภค ตลอดจนสังคม ตลอดจนตอบสนองต่อความคาดหวังด้านผลิตภัณฑ์ของลูกค้าอีกด้วย วิธีการหรือเครื่องมือทางสถิติที่ใช้ในการควบคุมกระบวนการผลิตโดยกลวิธีทางสถิติ (Statistical Process Control: SPC) เป็นเครื่องมือที่ใช้แก้ปัญหาย่างต่อเนื่อง ในกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลงและมีสมรรถภาพสูงขึ้น ซึ่งประกอบไปด้วยเครื่องมือควบคุมคุณภาพ 7 อย่าง (7 QC Tools) ได้แก่ แผ่นตรวจสอบ ฮิสโทแกรม แผนภาพพาเรโต แผนภาพก้างปลาหรือแผนภาพเหตุและผล แผนภาพการกระจาย และแผนภูมิควบคุม แผนภูมิควบคุมจึงเป็นเครื่องมือที่ซับซ้อนและมีความสำคัญในการตรวจจับและควบคุมคุณภาพการผลิต เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหาด้านคุณภาพที่เกิดขึ้นได้อย่างทันทั่วทั้งที่ และไม่ก่อให้เกิดปัญหาด้านคุณภาพในปริมาณที่มาก

ในการใช้งานแผนภูมิควบคุม ซึ่งโดยทั่วไปแผนภูมิควบคุมทำหน้าที่หลัก 3 ประการ ได้แก่ เพื่อช่วยกำหนดมาตรฐานในการผลิต ช่วยให้การผลิตบรรลุเป้าหมาย และเพื่อใช้ในการปรับปรุงการผลิต แผนภูมิควบคุมสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภทโดยพิจารณาจากคุณสมบัติของผลิตภัณฑ์ที่ต้องการควบคุมได้แก่ แผนภูมิควบคุมเชิงผันแปร และแผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะ โดยแผนภูมิแต่ละชนิดจะถูกนำไปใช้ควบคุมคุณภาพของกระบวนการตามเกณฑ์ที่ใช้กำหนดลักษณะของคุณสมบัติในการผลิตผลิตภัณฑ์นั้น ๆ

แผนภูมิควบคุมเชิงผันแปร เป็นแผนภูมิควบคุมในการตรวจสอบผลิตภัณฑ์ด้วยการชั่ง ตวง วัดผลิตภัณฑ์ในเชิงปริมาณ เช่น กรัม เซนติเมตร หรือ มิลลิเมตร เป็นต้น แผนภูมิควบคุมเชิงผันแปร ประกอบไปด้วย แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและค่าพิสัย แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและค่าพิสัยเคลื่อนที่ และแผนภูมิควบคุมผลบวกสะสม

แผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะเป็นแผนภูมิควบคุมในการตรวจสอบผลิตภัณฑ์ด้วยการนับ ผลิตภัณฑ์เชิงคุณภาพ เช่น ผลิตภัณฑ์ดี ผลิตภัณฑ์เสีย หรือผลิตภัณฑ์ที่ใช้ได้หรือผลิตภัณฑ์ที่ใช้ไม่ได้ เป็นต้น ในทางปฏิบัตินิยมใช้วิธีการตรวจสอบนี้มากเพราะโรงงานมักจะเก็บรวบรวมข้อมูลในลักษณะนี้ จึงไม่ต้องเสียค่าใช้จ่ายเพิ่มเติมในการตรวจสอบ แผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะประกอบไปด้วย แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย แผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิต่อหน่วย และแผนภูมิจำนวนรอยตำหนิ

แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ เป็นแผนภูมิควบคุมคุณภาพที่ใช้ควบคุมจุดบกพร่องหรือจำนวนรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ต่อหนึ่งหน่วย เช่น ตำหนิที่เกิดขึ้นจากการทอผ้า 1 ผืน ซึ่งแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิจะพิจารณาออกเป็น 2 แผนภูมิคือ แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิต่อหน่วย เป็นแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิผลิตภัณฑ์เมื่อขนาดตัวอย่างที่นำมาตรวจสอบต่อหน่วยไม่คงที่ เรียกว่า แผนภูมิควบคุม u และ แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิต่อหน่วย หรืออาจจะเรียกว่า แผนภูมิควบคุม c เป็นแผนภูมิที่ใช้เพื่อทดสอบจำนวนข้อบกพร่องของผลิตภัณฑ์เป็น 1 หน่วยคงที่ตลอด

วัตถุประสงค์ที่สำคัญของการใช้งานแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ คือ เพื่อกำหนดระดับคุณภาพเฉลี่ยของสินค้า หากเกิดการเปลี่ยนแปลงระดับคุณภาพเฉลี่ย จะสามารถหาแนวทางในการปรับปรุงกระบวนการผลิต เพื่อผลิตสินค้าที่มีคุณภาพสูงและตลอดเวลา แผนภูมิควบคุมจะบอกได้ว่าแนวทางปรับปรุงที่กำลังดำเนินการอยู่นั้นถูกต้องหรือไม่ การใช้แผนภูมิควบคุมอย่างต่อเนื่องจะช่วยปรับปรุงกระบวนการผลิต นอกจากนี้ยังช่วยประเมินความสามารถในการผลิตและการจัดการ หากกระบวนการผลิตยังอยู่ภายใต้การควบคุม แสดงว่าผู้ควบคุมเครื่องและฝ่ายบริหารทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ เนื่องจากแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการควบคุมจำนวนความผิดพลาดในการงาน ดังนั้นแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิจึงสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการควบคุมคุณภาพด้านอื่น ๆ ได้อีกด้วย เช่น การเงิน การขาย การบริการ เป็นต้น

ถ้าให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนรอยตำหนิหรือจุดบกพร่องที่เกิดขึ้นบนผลิตภัณฑ์ 1 หน่วย แล้ว X จะมีการแจกแจงแบบปัวซอง (Poisson distribution) ที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นคือ

$$f(x) = \frac{e^{-c} c^x}{x!} ; x=0,1,2,\dots$$

เมื่อ c คือ จำนวนรอยตำหนิหรือจุดบกพร่องเฉลี่ยของกระบวนการผลิตที่เกิดขึ้นบนผลิตภัณฑ์ 1 หน่วย และมีค่ามากกว่า 0 และ $E(X) = V(X) = c$ ดังนั้น จะได้ว่า ขีดจำกัดควบคุมที่ 3σ control limits ของแผนภูมิ c คือ

$$UCL = c + 3\sqrt{c}$$

$$CL = c$$

$$LCL = c - 3\sqrt{c}$$

2.2 แนวคิดแบบเบส์ (Bayesian approach)

แนวความคิดในการประมาณค่าพารามิเตอร์สถิติตามแนวของเบส์ (Bayesian Approach) จะมีความแตกต่างจากแนวความคิดดั้งเดิม ซึ่งแนวคิดดั้งเดิมจะพิจารณาว่าค่าพารามิเตอร์เป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่าและจะทำการสุ่มตัวอย่างมาจากประชากรที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น $f(x|\theta)$ เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ ในขณะที่แนวคิดเบส์จะพยายามใช้ความรู้เดิมหรือข้อมูลเดิมเกี่ยวกับ θ มาใช้ประโยชน์ในการประมาณ θ ดังนั้นจะพิจารณาว่าพารามิเตอร์ θ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นรูปใดรูปหนึ่งมาช่วยในการหาตัวประมาณ ซึ่งในการประมาณค่าเราจะนำความรู้เกี่ยวกับตัวแปรสุ่ม และตัวประมาณที่ได้จะอยู่ในรูปการแจกแจงภายหลัง (Posterior Distribution) โดยมีรายละเอียดดังนี้

ให้ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น การแจกแจงแบบปัวซองด้วยพารามิเตอร์ $f(x; \theta) = f(x|\theta)$ โดยที่ θ เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม Θ โดยที่จะพิจารณาว่า $f(x|\theta)$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นเงื่อนไข (Conditional Probability function) ของตัวแปรสุ่ม X เมื่อกำหนด $\Theta = \theta$ และให้ตัวแปรสุ่ม Θ มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น $g(\theta)$ ซึ่งเรียกว่า ฟังก์ชันความน่าจะเป็นเบื้องต้น (Prior or Initial Probability function) หรือการแจกแจงเบื้องต้น (Prior Distribution) ของ Θ

ให้ $h(\theta|X_1, \dots, X_n)$ หรือ $h(\theta|\underline{X})$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของตัวแปรสุ่ม Θ เมื่อกำหนดว่า $X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n$ มักเรียกนี้ว่า ฟังก์ชันความน่าจะเป็นภายหลัง (Posterior Probability Function or Posterior Distribution) หรือ ฟังก์ชันความน่าจะเป็นปรับแก้ (Revised Probability Function) ของ Θ

ในการกำหนด $h(\theta | \underline{x})$ จะกำหนดฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมของ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เมื่อ

$$\text{กำหนด } \Theta = \theta \text{ ได้แก่ } f(x_1, \dots, x_n; \theta) = f(x_1, \dots, x_n | \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta)$$

อาจหาฟังก์ชันความน่าจะเป็นภายหลังของ Θ ได้จากฟังก์ชันความน่าจะเป็นเบื้องต้น และฟังก์ชันความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของตัวอย่างสุ่ม โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

ให้ Θ มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นเบื้องต้นเป็น $g(\theta)$ ดังนั้น จะได้ว่า ฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมของ $X_1, X_2, \dots, X_n$ และ $g(\theta)$ ได้แก่

$$f((x_1, \dots, x_n | \theta) g(\theta)) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) g(\theta) \text{ และฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมของ } X_1, X_2, \dots, X_n \text{ (แบบไม่มีเงื่อนไข) คือ } \int_{-\infty}^{\infty} f((x_1, \dots, x_n | \theta) g(\theta)) d\theta \text{ ดังนั้น ฟังก์ชันความน่าจะเป็นภายหลังของ } \Theta \text{ คือ}$$

$$h(\theta | \underline{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) g(\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) g(\theta) d\theta}$$

2.3 การแจกแจงและคุณสมบัติที่สำคัญเกี่ยวกับการแจกแจง

ในการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart จะพิจารณาข้อมูลจำนวนรอยตำหนิตามลักษณะของการแจกแจงปัวซอง ซึ่งเป็นการแจกแจงที่สนใจจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในขอบเขตที่กำหนด นอกจากนี้จะมีการแจกแจงต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการแจกแจงปัวซองที่ใช้ในการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart โดยใช้แนวคิดเบส์ และเอ็มพีริคัลเบส์ โดยมีรายละเอียดเกี่ยวกับลักษณะของข้อมูลที่มีการแจกแจงต่าง ๆ (วัชรารักษ์ อ่อนแสง, 2554) ที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

2.3.1 การแจกแจงปัวซอง (Poisson Distribution)

ในการทดลองใด ๆ ที่สนใจจำนวนครั้งของการเกิดเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในขอบเขตที่กำหนด เช่น ในช่วงเวลาใดช่วงเวลาหนึ่ง หรือพื้นที่ใดพื้นที่หนึ่ง เรียกการทดลองนี้ว่า การทดลองปัวซอง (Poisson Experiment) ซึ่งจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นมีลักษณะไม่ต่อเนื่อง แต่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหรือพื้นที่ที่กำหนดที่มีลักษณะต่อเนื่อง (Discrete Event in a Continuous Interval) ตัวอย่างเช่น

- จำนวนประชาชนที่เข้าชมงานกาชาดมะขามหวาน ในจังหวัดเพชรบูรณ์ ปี 2567
- จำนวนโทรศัพท์เบอร์ฉุกเฉินหน่วยกู้ภัยดังในช่วงเวลา 20.00 – 24.00 น.
- จำนวนอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นบริเวณแยกท่าพล ตำบลท่าพล อำเภอเมือง จังหวัดเพชรบูรณ์
- จำนวนคำที่พิมพ์ผิดในบทความวิจัยเรื่องหนึ่งของวารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

ถ้าให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม แทน จำนวนครั้งของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาที่กำหนดหรือพื้นที่ที่กำหนดโดยมีค่าที่เป็นไปได้ของ X คือ 0, 1, 2, 3, ...

ตัวแปรสุ่ม X จะถูกเรียกว่า ตัวแปรสุ่มปัวซอง (Poisson Random Variable) มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นดังนี้

$$f(x) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad ; x = 0, 1, 2, \dots$$

โดยที่ $\lambda > 0$, $e \approx 2.71828...$ และ λ เป็นค่าเฉลี่ยของจำนวนเหตุการณ์ที่สนใจที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหรือในขอบเขตที่กำหนด

ตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงปัวซอง โดยมี λ เป็นพารามิเตอร์ จะสามารถเขียนแทนด้วย $X \sim \text{Poi}(\lambda)$ และ $f(x)$ มีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น โดย

$$1. f(x) \geq 0$$

$$2. \sum_x f(x) = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = 1$$

นอกจากนี้หากกล่าวถึงการแจกแจงปัวซองจะมีคุณสมบัติเกี่ยวกับค่าคาดหวัง (Expected Value) และค่าความแปรปรวน (Variance) ซึ่งถือว่าการแจกแจงปัวซองเป็นการแจกแจงที่มีคุณสมบัติพิเศษ เนื่องจากค่าเฉลี่ยหรือค่าคาดหวัง กับความแปรปรวนมีค่าเท่ากันนั้นและ นั่นคือ

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปัวซอง แล้วค่าเฉลี่ย และ ความแปรปรวนของ X คือ

$$\mu = E(X) = \lambda$$

$$\text{และ } \sigma^2 = V(X) = \lambda$$

2.3.2 การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)

พิจารณากระบวนการปัวซองที่มีค่าเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่งเท่ากับ λ ซึ่งถ้าสนใจระยะเวลาที่รอคอยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจขึ้นเป็นครั้งที่ α และให้ X แทน ระยะเวลาการคอยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจเป็นครั้งที่ α

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม แทน ระยะเวลารอคอยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจเป็นครั้งที่ α จะได้ว่า ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงแกมมา มีฟังก์ชันการแจกแจงของ X ได้ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\alpha)\theta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-x/\theta} & ; x \geq 0 \\ 0 & ; x < 0 \end{cases}$$

ซึ่งการแจกแจงแกมมามีพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ α และ $\theta = \frac{1}{\lambda}$ ซึ่งมีที่มาจาก การแจกแจงปัวซองนั่นเอง และสามารถเขียนแทนสัญลักษณ์การแจกแจงแกมมา ได้ว่า $X \sim \text{Gamma}(\alpha, \theta)$ และ $f(x)$ มีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น ดังนี้

1. $f(x) \geq 0$ สำหรับทุกค่าของ x

$$2. \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_0^{\infty} \frac{1}{\Gamma(\alpha)\theta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-x/\theta} dx = 1$$

ในกรณีที่ $\alpha = 1$ จะได้ว่า $f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta} ; x \geq 0$ ดังนั้น จะได้ว่า การแจกแจงเลขชี้กำลังเป็นกรณีพิเศษ (Special Case) ของการแจกแจงแกมมา โดยที่ฟังก์ชันแกมมา แทนด้วย Γ

ถูกกำหนดดังนี้

$$\Gamma(\beta) = \int_0^{\infty} x^{\beta-1} e^{-x} dx \quad ; \beta > 0$$

ซึ่งฟังก์ชันแกมมามีคุณสมบัติดังนี้

$$\Gamma(\beta) = (\beta-1)\Gamma(\beta-1)$$

ถ้า p เป็นจำนวนเต็มบวก ที่ $\beta = n$ โดยการประยุกต์ซ้ำ ๆ กันของ $\Gamma(\beta)$ จะได้ว่า

$$\Gamma(n) = (n-1)(n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

เช่น $\Gamma(6) = (6-1)! = 5! = 120$

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมาด้วยพารามิเตอร์ α และ θ แล้วค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของ X คือ

$$\mu = E(X) = \alpha\theta$$

$$\text{และ } \sigma^2 = V(X) = \alpha\theta^2$$

2.3.3 การแจกแจงนิเสธทวินาม (Negative Binomial Distribution)

พิจารณาการแจกแจงเรขาคณิตซึ่งเป็นการแจกแจงที่สนใจการเกิดเหตุการณ์ที่เราสนใจเกิดขึ้นเป็นครั้งแรก ซึ่งกำหนดว่า ความน่าจะเป็นในการเกิดเหตุการณ์ที่สนใจมีค่าเท่ากับ p ซึ่งค่าดังกล่าวนี้มีที่มาจากการทดลองเบอร์นูลลีนั่นเอง ตัวอย่างข้อมูลของการแจกแจงเรขาคณิต เช่น

- การเกิดเหตุการณ์ฝนตกขึ้นในครั้งแรกในฤดูร้อน
- การโดยลูกเต๋าก่อนที่จะออกแต้มคู่เป็นครั้งแรก

จากการทดลองเบอร์นูลลี สมมติว่าทำการทดลองดังกล่าวอย่างต่อเนื่องจนเกิดเหตุการณ์ที่สนใจขึ้นเป็นครั้งที่ $1, 2, 3, \dots$ จนถึงเป็นครั้งที่ r โดยการทดลองนั้นเป็นอิสระต่อกัน ด้วยความน่าจะเป็น p และความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ที่ไม่สนใจเท่ากับ $1-p$

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม แทนจำนวนครั้งของการทดลองเบอร์นูลลี จนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจเป็นครั้งที่ r ดังนั้น X มีค่าที่เป็นไปได้คือ $r, r+1, r+2, \dots$ โดยที่ r เป็นจำนวนเต็ม และตัวแปรสุ่ม X จะถูกเรียกว่า ตัวแปรสุ่มนิเสธทวินาม (Negative Binomial Random Variable) ในกรณีที่ $r=1$ จะได้ว่า X มีการแจกแจงเรขาคณิต

ในการศึกษาค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X ที่มีค่าเท่ากับ x ($X=x$) หมายความว่า เกิดเหตุการณ์ที่เราสนใจ เป็นครั้งที่ r ในการทดลองครั้งที่ x และในการทดลอง $x-1$ ครั้งก่อนหน้านี้เกิดเหตุการณ์ที่เราสนใจจำนวน $r-1$ ครั้ง และเหตุการณ์ที่เราไม่สนใจจำนวน $x-r$ ครั้ง โดยที่การหาฟังก์ชันความน่าจะเป็น $P[X=x]$ ถูกกำหนดได้ดังนี้

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงนิเสธทวินาม (Negative Binomial Distribution) แล้ว มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นของ X ถูกกำหนดดังนี้

$$f(x) = P(X=x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r} \quad ; x=r, r+1, r+2, \dots$$

ตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงนิเสธทวินาม สามารถเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การแจกแจงปาสคาล (Pascal Distribution) จะสามารถเขียนแทนด้วย $X \sim NB(r, p)$ และ $f(x)$ มีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น โดย

$$1. f(x) \geq 0 \text{ สำหรับทุกค่าของ } x$$

$$2. \sum_x f(x) = \sum_{x=r}^{\infty} \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r} = 1$$

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงนิเสธทวินามด้วยพารามิเตอร์ r และ p แล้วค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของ X คือ

$$\mu = E(X) = \frac{r}{p}$$

$$\text{และ } \sigma^2 = V(X) = \frac{r(1-p)}{p^2}$$

2.3 การทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

Chakraborti and Human (2008) นำเสนอวิธีการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ สำหรับแผนภูมิควบคุมประเภทคุณลักษณะโดยวิธีดั้งเดิมเพื่อจะใช้เป็นเกณฑ์ในการสร้างขีดจำกัดบน และขีดจำกัดล่างของแผนภูมิควบคุมในระยะที่ 2 (Phase II) ซึ่งปกติเรามักจะไม่ทราบจำนวนเฉลี่ยหรือค่าเฉลี่ยของจำนวนรอยตำหนิ (c) ที่จะใช้ในการสร้างขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม แต่เราจะใช้ข้อมูลที่ได้จากระยะที่ 1 (Phase I) มาช่วยในการพิจารณากำหนดค่าขีดจำกัดแผนภูมิควบคุมได้ และพิจารณาประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมจากค่า ความยาวรันเฉลี่ย (Average run length: ARL) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานรันเฉลี่ย (Standard deviation of the run length) และค่ามัธยฐานรันเฉลี่ย (Median run length) ที่ได้ ซึ่งค่าดังกล่าวจะเป็นค่าที่แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมตนเอง นอกจากนี้ค่าที่แสดงประสิทธิภาพที่แท้จริงของแผนภูมิควบคุมยังสามารถพิจารณาจากค่าอัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด (False alarm rate: FAR) และค่า ARL ที่อยู่ในกระบวนการที่ควบคุมได้อีกด้วย ซึ่งสามารถวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมได้ดีในกรณีที่ทราบค่า c หรือ c มีขนาดใหญ่มากหรือมีขนาดใหญ่มากกว่าค่าที่นิยมใช้กันโดยทั่วไป ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้ คณะผู้วิจัยได้นำเสนอวิธีการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิโดยการพิจารณาการหาค่า FAR จากขีดจำกัดบน (b) และขีดจำกัดล่าง (a) ของแผนภูมิควบคุมที่เป็นจำนวนเต็ม ดังนี้

$$c_0 \pm 3\sqrt{c}$$

และนำขีดจำกัดบนและขีดจำกัดล่างดังกล่าวมาคำนวณหาค่า $FAR = 1 - \beta(c_0, c)$ จะได้ว่า การหาค่า ARL จะพิจารณาหาได้จาก $\beta(c_0, c)$ โดยที่

$$\begin{aligned} \beta(c_0, c) &= P(x_i \leq b | c) - P(x_i \leq a | c); x_i = 0, 1, \dots \\ &= \sum_{j=0}^b \frac{e^{-c} c^j}{j!} - \sum_{j=0}^a \frac{e^{-c} c^j}{j!} \end{aligned}$$

ในการหาค่า ARL_0 จะพิจารณาหาได้จาก $\beta(c_0, c_0)$ โดยที่

$$\begin{aligned} \beta(c_0, c_0) &= P(x_i \leq b | c_0) - P(x_i \leq a | c_0); x_i = 0, 1, \dots \\ &= \sum_{j=0}^b \frac{e^{-c_0} c_0^j}{j!} - \sum_{j=0}^a \frac{e^{-c_0} c_0^j}{j!} \end{aligned}$$

จะได้ว่า ค่า ARL ภายใต้กระบวนการที่ควบคุมได้ หรือค่า ARL_0 มีค่าดังนี้

$$ARL_0 = \frac{1}{FAR}$$

ในขณะที่ ค่า ARL_1 หรือค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่ได้อยู่ภายใต้การควบคุม จะสามารถคำนวณได้จาก

$$ARL_1 = \frac{1}{FAR}$$

เมื่อ FAR คำนวณได้จาก $FAR = 1 - \beta(c_0, c_1)$ โดยที่

$$\beta(c_0, c_1) = P(x_i \leq b | c_1) - P(x_i \leq a | c_1); x_i = 0, 1, \dots$$

นั่นคือ

$$\beta(c_0, c_1) = \sum_{j=0}^b \frac{e^{-c_1} c_1^j}{j!} - \sum_{j=0}^a \frac{e^{-c_1} c_1^j}{j!}$$

Raubenheimer and Merwe (2015) ศึกษาวิธีการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ โดยใช้วิธีเบส์ภายใต้การแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์ (Jeffreys prior) ซึ่งจะได้การแจกแจงภายหลัง มีการแจกแจงแกมมาที่มีพารามิเตอร์คือ $\sum_{i=1}^m x_i + \frac{1}{2}$ และ m และนำไปคำนวณหาค่า การแจกแจงพยากรณ์ (Predictive density) เพื่อใช้ในการกำหนดค่าสินค้าดีหรือเสียในอนาคต ผลจากการศึกษา จะได้ว่าการแจกแจงพยากรณ์ภายหลัง (Posterior predictive distribution) มีการแจกแจงปัวซองแกมมา (Poisson-gamma distribution) หรือการแจกแจงนิเสธทวินาม (Negative binomial

distribution) ที่มีค่าเฉลี่ย (Mean) คือ $\frac{\sum_{i=1}^m x_i + \frac{1}{2}}{m}$ และความแปรปรวน (Variance) คือ $\frac{\sum_{i=1}^m x_i + \frac{1}{2}}{m^2}$

โดยนำค่าที่ได้จากการแจกแจงพยากรณ์ภายหลังมาใช้ในการสร้างขีดจำกัดบนและขีดจำกัดล่างของแผนภูมิควบคุม เพื่อคำนวณค่าอัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด (False alarm rate: FAR) และค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average run length: ARL) ตามวิธีการของ Chakraborti and Human (2008) โดยค่า FAR ควรมีค่าน้อย ส่วน ARL ควรมีค่ามาก ซึ่งผลที่ได้จากการศึกษาครั้งนี้ได้นำไปเปรียบเทียบกับวิธีดั้งเดิม ผลพบว่า วิธีการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิที่นำเสนอด้วยวิธีเบส์ภายใต้การแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์ส่วนใหญ่ให้ผลลัพธ์ดีกว่าวิธีดั้งเดิม เนื่องจากส่วนใหญ่ให้ค่า FAR น้อยกว่า และทำให้ค่า ARL สูงกว่าวิธีดั้งเดิม

ภายใต้การพิจารณาข้อมูลที่มีการแจกแจงปัวซองเพื่อหาตัวประมาณพารามิเตอร์โดยวิธีเบส์นั้น จะนิยามกำหนดให้การแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมา ดังนี้

ให้ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปัวซอง จะได้ว่า ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มจะถูกกำหนดให้มีค่าเป็น $f(x_i | \lambda)$ ด้วยฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood function)

$$\text{คือ } L(\lambda) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \lambda)$$

พิจารณาการแจกแจงเบี่ยงตันคอนจูเกตสำหรับพารามิเตอร์ λ ให้มีการแจกแจงแกมมาด้วยพารามิเตอร์ a, b เมื่อ a เป็นพารามิเตอร์กำหนดรูปร่าง และ b เป็นพารามิเตอร์กำหนดขนาด ด้วยฟังก์ชันความน่าจะเป็น ดังนี้

$$h(\lambda | a, b) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} \lambda^{a-1} e^{-b\lambda}, \quad a, b, \lambda > 0$$

จะได้ว่าฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังสำหรับวิธีเบส์สามารถพิจารณาได้จากอัตราส่วนระหว่างผลคูณของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นกับการแจกแจงเบี่ยงตันที่กำหนดให้และการหาปริพันธ์ของผลคูณของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นกับการแจกแจงเบี่ยงตันที่กำหนดให้ ดังนี้

$$h(\lambda | \underline{x}) = \frac{(n+b) \sum_{i=1}^n x_i + a}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + a\right)} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + a - 1} e^{-(n+b)\lambda}$$

นั่นคือ ฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังมีการแจกแจงแกมมา $\text{Gamma}\left(\sum_{i=1}^n x_i + a, n+b\right)$

ในการพิจารณาตัวประมาณด้วยวิธีเบส์ภายใต้ฟังก์ชันการสูญเสียชนิดต่าง ๆ ผู้วิจัยมีความสนใจศึกษาภายใต้ฟังก์ชันการสูญเสียดังนี้

ตัวประมาณแบบเบส์ภายใต้ฟังก์ชันการสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสองสำหรับพารามิเตอร์ λ สามารถพิจารณาได้จาก

$$L(\hat{\lambda}; \lambda) = (\hat{\lambda} - \lambda)^2$$

จะได้ว่า ตัวประมาณแบบเบส์ภายใต้ฟังก์ชันการสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสองสำหรับพารามิเตอร์ λ สามารถหาได้จาก (Supharakonsakun, 2021)

$$\hat{\lambda}_{BS} = E(\lambda | \underline{x})$$

$$= \frac{(n+b) \sum_{i=1}^n x_i + a}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + a\right)} \int_0^\infty \lambda \cdot \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + a - 1} e^{-(n+b)\lambda} d\lambda$$

$$\begin{aligned}
& \frac{(n+b)^{\sum_{i=1}^n x_i + a} \Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + a + 1\right)}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + a\right) (n+b)^{\sum_{i=1}^n x_i + a + 1}} \\
\hat{\lambda}_{BS} &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i + a}{n+b}
\end{aligned}$$

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมที่ใช้สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงปัวซองโดยใช้แนวคิดเบส์ โดยการใช้การแจกแจงเบี่ยงเบนเป็นการแจกแจงแกมมา ผู้วิจัยได้แบ่งการศึกษาออกเป็นสองส่วนคือ การพิสูจน์ทฤษฎีเกี่ยวกับการสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart แล้วจึงนำผลที่ได้จากการพิสูจน์ทฤษฎีดังกล่าวมาพัฒนาชุดคำสั่งเพื่อใช้ในการจำลองสถานการณ์ของการการสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้แนวคิดเบส์โดยเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับอีก 2 วิธี ได้แก่ วิธีดั้งเดิม และวิธีเบส์ซึ่งมีการแจกแจงเบี่ยงเบนเป็นเจฟฟรีย์

ดังนั้นในบทนี้ ผู้วิจัยจึงได้นำเสนอวิธีดำเนินการวิจัยในการสร้างและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิที่ผู้วิจัยได้นำเสนอคือใช้แนวคิดเบส์โดยกำหนดการแจกแจงเบี่ยงเบนเป็นการแจกแจงแกมมา กับวิธีดั้งเดิมและวิธีเบส์โดยกำหนดการแจกแจงเบี่ยงเบนเป็นเจฟฟรีย์ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.1 การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้วิธีดั้งเดิม (Frequentist Method)

การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิโดยใช้วิธีดั้งเดิมโดยการคำนวณหาค่า ARL และ FAR ถูกนำเสนอโดย Chakraborti และ Human (2008) โดยมีขั้นตอนในการคำนวณดังนี้

3.1.1 คำนวณหาขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม ซึ่งได้แก่ ขีดจำกัดบน (UCL) และขีดจำกัดล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุมจากสูตรที่ใช้คำนวณคือ

$$c_0 \pm 3\sqrt{c} \quad (3.1)$$

เมื่อ c_0 และ c คือ ค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิที่แท้จริง

3.1.2 จะได้ค่า UCL และ LCL หากค่า UCL และ LCL ที่ได้มีค่าที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม ให้ปัดจุดทศนิยมลงให้เป็นจำนวนเต็ม

3.1.3 คำนวณหาค่า $\beta(c_0, c)$ จาก

$$\begin{aligned} \beta(c_0, c) &= P(X_i \leq UCL | c) - P(X_i \leq LCL | c) \\ &= \sum_{j=0}^b \frac{e^{-c} c^j}{j!} - \sum_{j=0}^a \frac{e^{-c} c^j}{j!} \end{aligned} \quad (3.2)$$

เมื่อ b และ a แทน UCL และ LCL

3.1.4 คำนวณหาค่าอัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด FAR จาก

$$FAR = 1 - \beta(c_0, c) \quad (3.3)$$

3.1.5 คำนวณหาค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL โดยพิจารณาจากความน่าจะเป็นของการส่งสัญญาณเตือนเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมจะถูกเรียกว่า อัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด (False Alarm Rate: FAR) ซึ่งค่าสังเกตของจุดที่อยู่นอกขีดจำกัดแผนภูมิควบคุมลักษณะดังกล่าวจะถือว่าการแจกแจงเรขาคณิต (Geometric Distribution)

ถ้าให้ $X \sim GEO(\beta)$ จะได้ว่า ค่าเฉลี่ยหรือค่าคาดหวัง (Expected Value) ของการแจกแจงดังกล่าวจะมีค่าเท่ากับ $E(X) = \frac{1}{\beta}$ ดังนั้น จะได้ว่า ARL สามารถคำนวณได้จาก

$$ARL = \frac{1}{FAR} \quad (3.4)$$

เมื่อพิจารณาค่าอัตราการแจ้งเตือนผิดพลาดสำหรับแนวความคิดของแผนภูมิควบคุมชิลฮาร์ท (Shewhart Control Chart) โดยอาศัยพื้นที่ภายใต้เส้นโค้งการแจกแจงปกติ 3σ แล้วจะได้ว่า ค่า FAR จะมีค่าเท่ากับ 0.0027 ดังนั้น ค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL จึงมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{0.0027} = 370.3704$ นั่นเอง และเนื่องจากค่า ARL เป็นค่าเฉลี่ยของจำนวนจุดที่ตกอยู่ภายในขีดจำกัดควบคุมเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ดังนั้น ARL ที่เป็ค่าที่ต้องการจึงควรมีค่ามาก ๆ ดังนั้นค่า FAR ที่เป็ค่าที่ต้องการจึงควรมีค่าน้อย ๆ เช่นกัน

3.2 การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้วิธีเบส์ (Bayes Method)

การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิโดยใช้วิธีเบส์ที่มีการกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์ (Jeffreys Prior) ถูกนำเสนอโดย Raubenheimer และ Merwe (2015) โดยการคำนวณหาค่า ARL และ FAR มีขั้นตอนในการคำนวณดังนี้

3.2.1 คำนวณหาฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ (Unconditional Predictive Density) ได้ดังนี้

$$f(x_f | data) = \int_0^\infty f(x_f | \lambda) \pi_j(\lambda | data) d\lambda \quad (3.5)$$

เมื่อ $f(x_f | \lambda)$ คือฟังก์ชันความน่าจะเป็นของการแจกแจงปัวซอง และ $\pi_j(\lambda | data)$ คือ การแจกแจงภายหลัง (Posterior Distribution) ที่มีการแจกแจงแกมมา $\pi_j(\lambda | data) \sim \text{Gamma}\left(\sum_{i=1}^m X_i + \frac{1}{2}, m\right)$

จากการกำหนดกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์ และจะได้ $f(x_f | \lambda)$ มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น คือ

$$f(x_f | data) = \frac{\Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + X_f + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + \frac{1}{2}\right)\Gamma(X_f + 1)} \left(\frac{m}{m+1}\right)^{\sum_{i=1}^m X_i + 1} \left(\frac{1}{m+1}\right)^{X_f} \quad (3.6)$$

3.2.2 คำนวณหาขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม ซึ่งได้แก่ ขีดจำกัดบน (UCL) และขีดจำกัดล่าง (LCL) ของแผนภูมิจากเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ (Percentile) 99.865 และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 0.135 ตามลำดับ

3.2.3 จะได้ค่า UCL และ LCL หากค่า UCL และ LCL ที่ได้มีค่าที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม ให้ปัดจุดทศนิยมลงให้เป็นจำนวนเต็ม

3.2.4 คำนวณหาค่า $\beta(c_0, c)$ เช่นเดียวกับวิธีดั้งเดิม จาก

$$\begin{aligned} \beta(c_0, c) &= P(X_i \leq UCL | c) - P(X_i \leq LCL | c) \\ &= \sum_{j=0}^b \frac{e^{-c} c^j}{j!} - \sum_{j=0}^a \frac{e^{-c} c^j}{j!} \end{aligned}$$

เมื่อ b และ a แทน UCL และ LCL

3.2.5 คำนวณหาอัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด FAR เช่นเดียวกับวิธีดั้งเดิม จาก

$$FAR = 1 - \beta(c_0, c)$$

3.2.6 คำนวณหาความยาวรันเฉลี่ย ARL โดยพิจารณาจาก อัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด (FAR) จากสมการ (3.4) เช่นเดียวกับวิธีดั้งเดิม

$$ARL = \frac{1}{FAR}$$

3.3 การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้วิธีที่นำเสนอ (วิธีเบส์)

การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้วิธีเบส์เป็นวิธีที่ผู้วิจัยได้นำเสนอ ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้กำหนดให้การแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution) โดยมีพารามิเตอร์คือ α และ β นั่นคือ $g(\lambda) \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta)$ โดยมีการแจกแจงภายหลังคือ การแจกแจงแกมมา ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูป $\text{Gamma}\left(\sum_{i=1}^n X_i + \alpha, n + \beta\right)$ และการคำนวณหาค่า ARL และ FAR ซึ่งมีขั้นตอนในการคำนวณคล้ายกับวิธีเบส์ ดังนี้

3.3.1 คำนวณหาฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ (Unconditional Predictive Density) จากสมการที่ (4.14) เช่นเดียวกับวิธีเบส์ คือ

$$f(x_f | data) = \int_0^\infty f(x_f | \lambda) \pi_j(\lambda | data) d\lambda$$

เมื่อ $f(x_f | \lambda)$ คือฟังก์ชันความน่าจะเป็นของการแจกแจงปัวซอง และ $\pi_j(\lambda | data)$ คือ การแจกแจงภายหลัง (Posterior Distribution) ที่แสดงรายละเอียดในการคำนวณหาในสมการ (4-10) ถึง (4-12) จะได้ว่ามีการแจกแจงแกมมา $\pi_j(\lambda | data) \sim \text{Gamma}\left(\sum_{i=1}^m X_i + \alpha, m + \beta\right)$ และจะได้ $f(x_f | \lambda)$ มีการแจกแจงเจนีเรลทวินาม ที่มีค่าพารามิเตอร์ คือ $\sum_{i=1}^n X_i + \alpha$ และ $\frac{n + \beta}{n + \beta + 1}$ ที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นดังสมการ (4.14) คือ

$$f(x_f | data) = \binom{\sum_{i=1}^n X_i + X_f + \alpha - 1}{X_f} \left(\frac{n + \beta}{n + \beta + 1}\right)^{\sum_{i=1}^n X_i + \alpha} \left(\frac{1}{n + \beta + 1}\right)^{X_f}$$

3.3.2 คำนวณหาขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม เช่นเดียวกับวิธีเบส์ ได้แก่ ขีดจำกัดบน (UCL) และขีดจำกัดล่าง (LCL) ของแผนภูมิจากเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ (Percentile) 99.865 และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 0.135 ตามลำดับ

3.3.3 จะได้ค่า UCL และ LCL หากค่า UCL และ LCL ที่ได้มีค่าที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม ให้ปัดจุดทศนิยมลงให้เป็นจำนวนเต็ม

3.3.4 คำนวณหา $\beta(c_0, c)$ เช่นเดียวกับวิธีดั้งเดิมจาก

$$\begin{aligned} \beta(c_0, c) &= P(X_i \leq UCL | c) - P(X_i \leq LCL | c) \\ &= \sum_{j=0}^b \frac{e^{-c} c^j}{j!} - \sum_{j=0}^a \frac{e^{-c} c^j}{j!} \end{aligned} \quad (3.2)$$

เมื่อ b และ a แทน UCL และ LCL

3.3.5 คำนวณหาอัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด FAR เช่นเดียวกับวิธีดั้งเดิม จาก

$$FAR = 1 - \beta(c_0, c)$$

3.3.6 คำนวณหาความยาวรันเฉลี่ย ARL โดยพิจารณาจาก อัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด (FAR) จากสมการ (3.4) เช่นเดียวกับวิธีดั้งเดิม

$$ARL = \frac{1}{FAR}$$

โดยการคำนวณประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart จากวิธีดั้งเดิม วิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเจฟฟรี และวิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงแกมมา จะพิจารณาจากค่าที่ใช้วัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม คือค่า ARL โดยวิธีใดให้ค่า ARL สูงที่สุด วิธีนั้นจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดนั่นเอง โดยในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพดังกล่าวจะพัฒนาชุดคำสั่งเพื่อจำลองสถานการณ์โดยการกำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ ซึ่งโปรแกรมที่ใช้ในการจำลองสถานการณ์คือโปรแกรม R เวอร์ชัน 4.1.2 ผ่านเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) จำนวน 20,000 รอบในแต่ละสถานการณ์

บทที่ 4

ผลการศึกษา

ในการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิด้วยวิธีเบส์เพื่อควบคุมคุณภาพการผลิต ผลของการศึกษาได้แบ่งการนำเสนอออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ การพิสูจน์ทฤษฎี และผลการจำลองสถานการณ์ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

4.1 การพิสูจน์ทฤษฎี

ในการศึกษาครั้งนี้ เราศึกษาในกรณีที่ข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาหรือค่าสังเกตมีการแจกแจงปัวซองจากจำนวนรอยตำหนิที่สังเกตได้หรือนับได้ โดยพิจารณาจากข้อมูลของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ที่มีการนับจำนวนหรือรอยตำหนิบนสินค้าหรือผลิตภัณฑ์

ให้ X เป็นจำนวนรอยตำหนิที่พบในผลิตภัณฑ์หนึ่งชิ้น จะได้ว่า

$$X \sim Poi(\lambda); x = 0, 1, 2, 3, \dots; \lambda > 0 \quad (4.1)$$

สามารถเขียนฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ได้ดังนี้

$$f(x_i | \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x_i}}{x_i!}, x_i = 0, 1, 2, \dots; \lambda > 0 \quad (4.2)$$

ในการศึกษาโดยใช้แนวคิดแบบ Bayesian เราจะพิจารณาว่า สามมิติให้พารามิเตอร์ λ เป็นตัวแปรสุ่ม ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้จะกำหนดให้มีการแจกแจงแบบแกมมา โดยมีพารามิเตอร์คือ α และ β นั่นคือ $g(\lambda) \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta)$ โดย Supharakonsakun (2021) แนะนำตัวประมาณโดยวิธีเบส์ของพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงปัวซอง ซึ่งกำหนดฟังก์ชันความน่าจะเป็นเบื้องต้นของพารามิเตอร์ λ ดังนี้

$$g(\lambda | a, b) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} \lambda^{a-1} e^{-b\lambda}; a, b > 0 \quad (4.3)$$

และสามารถหาการแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution) ตามแนวคิดของวิธีเบส์ของพารามิเตอร์ λ โดยพิจารณาจากฟังก์ชันความน่าจะเป็น ดังนี้

$$L(\lambda) = \frac{\lambda^{\sum_{i=1}^n x_i} e^{-n\lambda}}{\prod_{i=1}^n x_i!} \quad (4.4)$$

จะได้ว่า ผลคูณของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นและฟังก์ชันการแจกแจงเบี่ยงเบน สามารถคำนวณหาได้ดังนี้

$$L(\lambda)g(\lambda | a, b) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha) \prod_{i=1}^n x_i!} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha + 1} e^{-(n+\beta)\lambda} \quad (4.5)$$

จากสมการข้างต้น สามารถนำมาหาปริพันธ์ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \int L(\lambda)g(\lambda | \alpha, \beta) d\lambda &= \int \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha) \prod_{i=1}^n x_i!} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha + 1} e^{-(n+\beta)\lambda} d\lambda \\ &= \frac{\beta^\alpha \Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right)}{\Gamma(\alpha) \prod_{i=1}^n x_i! (n+\beta)^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}} \int \frac{(n+\beta)^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha - 1} e^{-(n+\beta)\lambda}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right)} d\lambda \end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$\int_0^\infty L(\lambda)g(\lambda | a, b) d\lambda = \frac{\beta^\alpha \Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right)}{\Gamma(\alpha) \prod_{i=1}^n x_i! (n+\beta)^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}} \quad (4.6)$$

ดังนั้น การหาการแจกแจงภายหลัง จึงสามารถคำนวณหาได้จาก

$$h(\lambda | \underline{x}) = \frac{L(\lambda)g(\lambda | \alpha, \beta)}{\int L(\lambda)g(\lambda | \alpha, \beta) d\lambda} \quad (4.7)$$

นั่นคือ

$$h(\lambda | \underline{x}) = \frac{\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha + 1} e^{-(n+\beta)\lambda}}{\frac{\beta^\alpha \Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right)}{\Gamma(\alpha) \prod_{i=1}^n x_i! (n+\beta)^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}}}$$

ซึ่ง

$$h(\lambda | \underline{x}) = \frac{(n+\beta)^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right)} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha - 1} e^{-(n+\beta)\lambda} \quad (4.7)$$

ในการหาตัวประมาณแบบเบส์ภายใต้ฟังก์ชันการสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Square Error Loss Function) ของตัวประมาณแบบเบส์ของ $t(\theta)$ สามารถหาได้จากนิยามดังต่อไปนี้

ให้ $T(X_1, \dots, X_n)$ ประเมินฟังก์ชัน $t(\theta)$ ของพารามิเตอร์ θ ฟังก์ชันการสูญเสีย $L(T; \theta)$ จะถูกเรียกว่า ฟังก์ชันการสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสอง เมื่อ $L(T; \theta) = [T - t(\theta)]^2$ หรือ ตัวประมาณ $t(\theta)$ ภายใต้ฟังก์ชันการสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสอง คือ $E(\theta | \underline{x})$

ดังนั้น จะได้ว่า ตัวประมาณแบบเบส์สำหรับฟังก์ชันการสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสองของ λ จะสามารถคำนวณหาได้จาก

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \int L(T; \lambda) h(\lambda | \underline{x}) d\lambda = 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \int_0^\infty (\hat{\lambda} - \lambda)^2 \frac{(n+\beta)^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right)} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha - 1} e^{-(n+\beta)\lambda} d\lambda = 0$$

$$\int_0^{\infty} 2(\hat{\lambda} - \lambda) \frac{(n + \beta)_{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right)} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha - 1} e^{-(n + \beta)\lambda} d\lambda = 0$$

$$\hat{\lambda} \int_0^{\infty} \frac{(n + \beta)_{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right)} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha - 1} e^{-(n + \beta)\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{(n + \beta)_{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right)} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha + 1 - 1} e^{-(n + \beta)\lambda} d\lambda$$

$$\hat{\lambda} = \frac{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha + 1\right) (n + \beta)_{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right) (n + \beta)_{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha + 1}} \int_0^{\infty} \frac{(n + \beta)_{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha + 1}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha + 1\right)} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha + 1 - 1} e^{-(n + \beta)\lambda} d\lambda$$

$$\hat{\lambda} = \frac{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha + 1\right) (n + \beta)_{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right) (n + \beta)_{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha + 1}}$$

จะได้ว่า

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}{n + \beta} \quad (4.9)$$

ดังนั้น ตัวประมาณแบบเบส์สำหรับฟังก์ชันการสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสองของ λ มีค่า

$$\text{เท่ากับ } \frac{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}{n + \beta} \text{ ซึ่งมีค่าเท่ากับ } E(\lambda | \underline{x})$$

จะได้ว่า การแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution) ของพารามิเตอร์ λ คือ การแจกแจงแกมมา ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูป $\text{Gamma}\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha, n + \beta\right)$ ซึ่งสามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\pi_j(\lambda | \text{data}) = \frac{(n + \beta)^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right)} e^{-(n + \beta)\lambda} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha - 1} \quad (4.10)$$

ในการคำนวณหา Unconditional predictive density สามารถคำนวณได้จาก

$$f(x_f | \text{data}) = \int_0^{\infty} f(x_f | \lambda) \pi_j(\lambda | \text{data}) d\lambda \quad (4.11)$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} f(x_f | \text{data}) &= \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x_f}}{x_f!} \frac{(n + \beta)^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right)} e^{-(n + \beta)\lambda} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha - 1} d\lambda \\ &= \frac{(n + \beta)^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}}{x_f! \Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right)} \int_0^{\infty} e^{-(n + \beta + 1)\lambda} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + x_f + \alpha - 1} d\lambda \\ &= \frac{(n + \beta)^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha} \Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + x_f + \alpha\right)}{x_f! \Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right) (n + \beta + 1)^{\sum_{i=1}^n x_i + x_f + \alpha}} \\ &= \int_0^{\infty} \frac{(n + \beta + 1)^{\sum_{i=1}^n x_i + x_f + \alpha} e^{-(n + \beta + 1)\lambda} \cdot \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i + x_f + \alpha - 1}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + x_f + \alpha\right)} d\lambda \end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$f(x_f | \text{data}) = \frac{(n + \beta)^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha} \Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + x_f + \alpha\right)}{x_f! \Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right) (n + \beta + 1)^{\sum_{i=1}^n x_i + x_f + \alpha}} \quad (4.12)$$

จากฟังก์ชัน $f(x_f | \text{data})$ ข้างต้น สามารถจัดรูปใหม่ ดังนั้น จะได้ว่า ฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ (Predictive Disity) คือ

$$f(x_f | \text{data}) = \frac{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + x_f + \alpha\right)}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha\right) \Gamma(x_f + 1)} \left(\frac{n + \beta}{n + \beta + 1}\right)^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha} \left(\frac{1}{n + \beta + 1}\right)^{x_f} \quad (4.13)$$

จากฟังก์ชันข้างต้น สามารถจัดรูปใหม่ ได้ดังนี้

$$f(x_f | \text{data}) = \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i + x_f + \alpha - 1\right)!}{\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha - 1\right)! (x_f)!} \left(\frac{n + \beta}{n + \beta + 1}\right)^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha} \left(\frac{1}{n + \beta + 1}\right)^{x_f}$$

นั่นคือ

$$f(x_f | \text{data}) = \binom{\sum_{i=1}^n x_i + x_f + \alpha - 1}{x_f} \left(\frac{n + \beta}{n + \beta + 1}\right)^{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha} \left(\frac{1}{n + \beta + 1}\right)^{x_f}$$

จะได้ว่า predictive density ที่ได้มีการแจกแจงนิเสธทวินาม ที่มีค่าพารามิเตอร์ คือ

$\sum_{i=1}^n x_i + \alpha$ และ $\frac{n + \beta}{n + \beta + 1}$ ตามลำดับ หรือสามารถเขียนได้โดยใช้สัญลักษณ์ ดังนี้

$$x_f \sim \text{NB}\left(\sum_{i=1}^n x_i + \alpha, \frac{n + \beta}{n + \beta + 1}\right) \quad (4.14)$$

โดยในการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart จะนำฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ไปใช้ในการสร้าง ขอบเขตควบคุมบน (UCL) และขอบเขตควบคุมล่าง (LCL) โดยการใช้โปรแกรม

จำลองสถานการณ์สร้างชุดกำเนิดข้อมูลให้มีการแจกแจงตามฟังก์ชันการแจกแจงดังกล่าว และกำหนดค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงดังกล่าวให้มีค่าเป็นไปตามค่าที่กำหนด

4.2 การจำลองสถานการณ์

ในการศึกษาครั้งนี้ได้จำลองสถานการณ์จากการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเบส์เมื่อกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมา และนำเสนอค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) และค่า Unconditional false alarm rate (FAR) โดยนำไปเปรียบเทียบกับวิธีดั้งเดิมและวิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์ (Jeffreys Prior) โดยกำหนดค่าพารามิเตอร์ ดังนี้

ค่าจำนวนหน่วยตัวอย่าง n กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 50 และ 100

ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซอง λ แทนค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิ กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 20 และ 50

ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแกมมา $(\alpha, \beta) = (5, 0.25), (5, 0.5)$ และ $(5, 1)$

และกำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

F แทน วิธีดั้งเดิม (Frequentist)

B_J แทน วิธีเบส์ (Bayes) ที่มีการกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์

B_G แทน วิธีเบส์ (Bayes) ที่มีการกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมา

โดยนำเสนอผลการจำลองสถานการณ์ในการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart ด้วยค่า ARL จากวิธีดั้งเดิม วิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์ และวิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมา ซึ่งค่าดังกล่าวจะสามารถคำนวณได้จากค่า FAR ของแต่ละวิธี ดังนั้น ผู้วิจัยจึงขอนำเสนอค่า FAR ของแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิที่ได้จากทั้งสามวิธี โดยพิจารณาจากขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม (Control Chart Limits) ที่ได้จากฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ และนำมาพิจารณาค่าขนาดของบริเวณการปฏิเสธ (Rejection Region) ที่ถูกนิยามโดย

$$\alpha = \sum_{R^*(\alpha)} f(x_f | data) \quad (4.15)$$

ถ้าค่าสถิติควบคุม (Control Statistic) ตกอยู่ในขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม เราจะเรียกว่า กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (In Control Process) แต่ถ้าสถิติควบคุมอยู่นอกขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม เราจะเรียกว่า กระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม (Out-of-Control Process) ซึ่งเมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุมเกิดขึ้นแล้ว จะมีการส่งสัญญาณเตือนของกระบวนการ

ดังกล่าว ความน่าจะเป็นของการส่งสัญญาณเตือนเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมจะถูกเรียกว่า อัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด (False Alarm Rate: FAR) ซึ่งค่านี้จะนำไปสู่การคำนวณค่า ARL ซึ่งเป็นค่าที่วัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมนั่นเอง ดังนั้นค่า ARL สามารถคำนวณได้จาก

$$ARL = \frac{1}{P(\text{sampling point plots out of control})} = \frac{1}{FAR} \quad (4.19)$$

โดยมีผลการจำลองสถานการณ์ในการนำเสนอผลการคำนวณค่า ARL และ FAR ที่ได้จากการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิจากทั้ง 3 วิธี ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

จากตารางที่ 4-1 แสดงค่า ARL เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 5 และ 10 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 10 ในขณะที่วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 15 ถึง 50 ในขณะที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 15 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 15 ในขณะที่วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 20 ถึง 50

จากตารางที่ 4-2 แสดงค่า ARL เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 20, 25 และ 30 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 15 ในขณะที่วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 20 ถึง 50

จากตารางที่ 4-3 แสดงค่า ARL เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 50 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 15 ในขณะที่วิธี B_J ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 20 และวิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 50 เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 100 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 20 ในขณะที่วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 50 และเมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 200 วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1, 4, 5, 8, 10 และ 15 วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 2, 3, 20 และ 50

จากตารางที่ 4-4 ถึง 4-6 แสดงค่า FAR ที่ได้จากวิธี F วิธี B_J และวิธีเบส B_G เมื่อกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมาโดยที่ เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.25)$ กำหนดจำนวนหน่วยตัวอย่าง n เท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 50, 100 และ 200 และค่าพารามิเตอร์ λ เท่ากับ 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 20 และ 50 พบว่า ค่า FAR ที่ได้จากทั้ง 3 วิธีมีค่าใกล้เคียงกัน

จากตารางที่ 4-7 แสดงค่า ARL เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 5 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 8 ในขณะที่วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 10 ถึง 50 ในขณะที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 และ 15 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 8 วิธี B_J ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 10 ในขณะที่วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 15 ถึง 50

ตารางที่ 4-1 ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 5, 10 และ 15 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.25)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
5	1	2.5213	2.4565	2.6787
	2	6.6119	6.3843	7.0773
	3	16.6544	15.9202	18.2051
	4	39.2982	38.0653	44.8697
	5	87.7513	86.3532	105.0799
	8	454.9500	494.6330	599.6453
	10	398.9501	382.9649	432.2839
	15	323.9318	284.3721	294.5420
	20	303.0356	258.3695	258.3695
	50	257.3339	209.1611	189.9394
10	1	2.5927	2.5489	2.6723
	2	6.8370	6.6884	7.0620
	3	17.3270	16.8506	18.1016
	4	40.8478	39.7670	44.1196
	5	87.7049	87.2830	99.4738
	8	383.5887	480.5528	556.3826
	10	382.6195	409.4388	448.5112
	15	343.5854	330.6152	339.2149
	20	330.1730	305.3085	304.7872
	50	294.7512	257.1939	237.9175
15	1	2.6169	2.5894	2.6679
	2	6.8810	6.7807	7.0383
	3	17.4702	17.1052	18.0182
	4	41.4880	40.5102	43.6796
	5	87.9545	87.6690	96.5618
	8	330.5614	415.8965	475.5315
	10	354.0101	397.3419	430.3330
	15	340.5875	340.7814	348.3136
	20	340.5875	320.0669	315.7853
	50	312.0903	280.9855	264.5450

ตารางที่ 4-2 ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 20, 25 และ 30 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.25)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
20	1	2.6267	2.6061	2.6647
	2	6.9377	6.8562	7.0468
	3	17.6675	17.3812	18.0483
	4	41.8971	41.1831	43.6275
	5	87.5315	87.4401	94.6250
	8	320.0732	391.8287	436.8171
	10	353.4235	388.8555	416.8962
	15	338.9864	343.0262	351.6103
	20	340.2283	331.0582	332.7987
	50	321.2072	295.6685	280.1818
25	1	2.6348	2.6189	2.6638
	2	6.9360	6.8745	7.0312
	3	17.6565	17.4120	18.0166
	4	42.2358	41.4934	43.4372
	5	87.5459	87.4412	92.9462
	8	302.7570	364.3714	402.3618
	10	344.5182	379.2704	402.8741
	15	338.5060	344.1869	350.5746
	20	337.3543	333.3624	331.6497
	50	326.9583	304.7529	292.0903
30	1	2.6367	2.6240	2.6617
	2	6.9612	6.9132	7.0357
	3	17.7847	17.5371	18.0392
	4	42.1687	41.5009	43.2472
	5	88.0608	88.0290	92.9611
	8	293.0335	344.1186	374.0170
	10	336.8641	367.9865	386.4273
	15	334.8327	344.5416	346.9817
	20	335.0866	334.1162	332.5582
	50	331.7540	311.6192	298.6964

ตารางที่ 4-3 ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 50, 100 และ 200 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.25)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
50	1	2.6393	2.6329	2.6572
	2	6.9886	6.9554	7.0286
	3	17.8675	17.7380	18.0204
	4	42.4864	42.1223	43.1579
	5	88.7302	88.7932	91.9146
	8	277.0461	306.9855	324.1538
	10	322.4659	344.2188	356.2091
	15	332.9095	340.9520	342.4873
	20	334.6021	337.9960	336.2559
	50	338.8756	327.2756	317.3416
100	1	2.6398	2.6401	2.6527
	2	7.0307	6.9939	7.0339
	3	17.9925	17.8715	18.0304
	4	42.6179	42.5305	43.1355
	5	88.1357	88.1357	90.4300
	8	261.3801	277.1624	284.7046
	10	307.6547	322.7460	331.3688
	15	324.5143	331.8624	334.5469
	20	335.1888	335.9407	336.0102
	50	345.4461	338.7309	334.0351
200	1	2.6390	2.6394	2.6485
	2	7.0820	7.0363	7.0558
	3	18.1618	17.9982	18.0830
	4	42.5747	42.5554	42.9669
	5	86.1348	88.0959	89.0128
	8	252.8359	263.1057	266.9809
	10	294.3781	308.2915	310.5624
	15	314.0639	314.0639	325.2001
	20	333.4542	333.2912	332.8310
	50	348.5869	344.8088	341.6380

ตารางที่ 4-4 ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 5, 10 และ 15 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.25)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
5	1	0.39662270	0.40708550	0.40708550
	2	0.15124300	0.15663420	0.14129660
	3	0.06004426	0.06281317	0.05492979
	4	0.02544645	0.02627064	0.02228677
	5	0.01139585	0.01158035	0.00951657
	8	0.00219804	0.00202170	0.00166765
	10	0.00250658	0.00261121	0.00231329
	15	0.00308707	0.00351652	0.00339510
	20	0.00329994	0.00387043	0.00388933
	50	0.00388600	0.00478100	0.00526484
10	1	0.38569400	0.39232380	0.37421000
	2	0.14626240	0.14951160	0.14160280
	3	0.05771337	0.05934518	0.05524374
	4	0.02448115	0.02514650	0.02266568
	5	0.01140187	0.01145698	0.01005290
	8	0.00260696	0.00208094	0.00179732
	10	0.00261356	0.00244237	0.00222960
	15	0.00291048	0.00302467	0.00294798
	20	0.00302872	0.00327538	0.00328098
	50	0.00339269	0.00388812	0.00420314
15	1	0.38212840	0.38618380	0.37482830
	2	0.14532670	0.14747760	0.14208050
	3	0.05724033	0.05846155	0.05549938
	4	0.02410337	0.02468512	0.02289396
	5	0.01136951	0.01136951	0.01035606
	8	0.00302516	0.00240444	0.00210291
	10	0.00282478	0.00251673	0.00232378
	15	0.00293610	0.00293443	0.00287098
	20	0.00300033	0.00312435	0.00316671
	50	0.00320420	0.00355890	0.00378008

ตารางที่ 4-5 ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 20, 25 และ 30 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.25)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
20	1	0.38070290	0.38371150	0.37527970
	2	0.14414100	0.14585320	0.14190820
	3	0.05660097	0.05753329	0.05540701
	4	0.02386803	0.02428183	0.02292132
	5	0.01142446	0.01143640	0.01056803
	8	0.00312429	0.00255214	0.00228929
	10	0.00282947	0.00257165	0.00239868
	15	0.00294997	0.00291523	0.00284406
	20	0.00293920	0.00302062	0.00300482
	50	0.00311326	0.00338217	0.00356911
25	1	0.37953070	0.38184120	0.37540080
	2	0.14417550	0.14546450	0.14222320
	3	0.05663632	0.05743179	0.05550451
	4	0.02367660	0.02410020	0.02302176
	5	0.01142258	0.01143625	0.01075891
	8	0.00330298	0.00274445	0.00248533
	10	0.00290260	0.00263664	0.00248217
	15	0.00295416	0.00290540	0.00285246
	20	0.00296424	0.00299974	0.00301523
	50	0.00305849	0.00328135	0.00342360
30	1	0.37926550	0.38109870	0.37569620
	2	0.14365370	0.14464900	0.14213290
	3	0.05622827	0.05543484	0.05543484
	4	0.02371426	0.02409589	0.02312288
	5	0.01135580	0.01135989	0.01075718
	8	0.00341258	0.00290598	0.00267368
	10	0.00296856	0.00271749	0.00258781
	15	0.00298657	0.00290241	0.00258781
	20	0.00298430	0.00299297	0.00300699
	50	0.00301428	0.00320905	0.00334788

ตารางที่ 4-6 ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 50, 100 และ 200 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.25)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
50	1	0.37889310	0.37980500	0.37633970
	2	0.14309070	0.14377280	0.14227490
	3	0.05596745	0.05637619	0.05549266
	4	0.02353694	0.02374041	0.02317074
	5	0.01127012	0.01126212	0.01087967
	8	0.00360951	0.00325748	0.00308496
	10	0.00310110	0.00290513	0.00280734
	15	0.00300382	0.00293296	0.00291982
	20	0.00298863	0.00295861	0.00297393
	50	0.00295094	0.00305553	0.00315118
100	1	0.37882120	0.37877600	0.37698020
	2	0.14223350	0.14298200	0.14216920
	3	0.05557858	0.05595490	0.05546201
	4	0.02346430	0.02351255	0.02318279
	5	0.01134614	0.01127120	0.01105828
	8	0.00382585	0.00360799	0.00351241
	10	0.00325040	0.00309841	0.00301779
	15	0.00308153	0.00301330	0.00298912
	20	0.00298339	0.00297672	0.00297610
	50	0.00289481	0.00295220	0.00299370
200	1	0.37892750	0.37886810	0.37757490
	2	0.14120300	0.14212070	0.14172810
	3	0.05506071	0.05556127	0.05530066
	4	0.02348811	0.02349877	0.02327374
	5	0.01160971	0.01135127	0.01123434
	8	0.00395513	0.00380075	0.00374559
	10	0.00339699	0.00324368	0.00321997
	15	0.00318407	0.00307384	0.00307503
	20	0.00299891	0.00300038	0.00300453
	50	0.00286873	0.00290016	0.00292708

จากตารางที่ 4-8 แสดงค่า ARL เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) ทั้ง 3 ขนาด คือ 20, 25 และ 30 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 8 ในขณะที่วิธี B_J ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 10 ถึง 15 ในขณะที่ วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 20 ถึง 50

จากตารางที่ 4-9 แสดงค่า ARL เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 50 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 8 ในขณะที่วิธี B_J ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 10 ถึง 20 และวิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 50 เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 100 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 8 ในขณะที่วิธี B_J ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 10 และ 15 ส่วนวิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 20 และ 50 และเมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 200 วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1, 4, 5, และ 8 วิธี B_J ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 10, 15 และ 20 วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 2, 3 และ 50

จากตารางที่ 4-10 ถึง 4-12 แสดงค่า FAR ที่ได้จากวิธี F วิธี B_J และวิธีเบส B_G เมื่อ กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมาโดยที่ $(\alpha, \beta) = (5, 0.5)$ กำหนดจำนวนหน่วย ตัวอย่าง n เท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 50, 100 และ 200 และค่าพารามิเตอร์ λ เท่ากับ 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 20 และ 50 พบว่า ค่า FAR ที่ได้จากทั้ง 3 วิธีมีค่าใกล้เคียงกัน

จากตารางที่ 4-13 แสดงค่า ARL เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 5 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 3 ในขณะที่วิธี B_J ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 8 ในขณะที่วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 4, 5, 10, 15, 20 และ 50 เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 และ 15 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 3 ในขณะที่วิธี B_J ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 8 ถึง 10 ในขณะที่ วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 4, 5, 15, 20 และ 50

จากตารางที่ 4-14 แสดงค่า ARL เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 20 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 2 ในขณะที่วิธี B_J ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 8 ถึง 15 ในขณะที่ วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 3, 4, 5, 20 และ 50 เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 25 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 3 ในขณะที่วิธี B_J ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 5 ถึง 15 ในขณะที่ วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 4, 5, 20 และ 50 และเมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 30 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 2 ในขณะที่วิธี B_J ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 5 ถึง 20 ในขณะที่ วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 3, 4, และ 50

ตารางที่ 4-7 ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 5, 10 และ 15 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.5)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
5	1	2.5233	2.4572	2.6748
	2	6.6229	6.4023	7.0214
	3	16.6449	16.6449	17.8280
	4	39.3661	37.8868	43.1480
	5	87.5318	86.5160	98.0466
	8	456.9219	493.1376	518.5925
	10	402.4407	387.8796	381.4358
	15	326.0085	284.4770	258.4064
	20	303.9213	259.1802	221.6345
	50	256.3661	210.5426	140.2344
10	1	2.5902	2.5443	2.6675
	2	6.8260	6.6835	7.0203
	3	17.3424	16.8308	17.9019
	4	40.7582	39.8308	42.8859
	5	87.5600	87.0566	94.7797
	8	375.8899	468.6201	480.5386
	10	378.7237	409.0835	396.0685
	15	340.9400	329.3362	298.6948
	20	329.7544	303.4682	269.3523
	50	296.0692	258.2642	200.4727
15	1	2.6174	2.5896	2.6643
	2	6.8738	6.7870	7.0060
	3	17.4687	17.1058	17.8753
	4	41.6155	40.8729	43.0164
	5	87.6750	87.7005	93.0653
	8	332.8215	419.2790	426.7985
	10	358.4815	398.2550	388.9642
	15	338.5840	338.4772	315.4739
	20	332.0111	318.7007	282.2210
	50	313.9835	283.3336	233.0509

ตารางที่ 4-8 ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 20, 25 และ 30 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.5)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
20	1	2.6288	2.6068	2.6631
	2	6.9355	6.8503	7.0232
	3	17.6310	17.3377	17.9002
	4	41.8540	41.0597	42.8223
	5	87.8871	87.7707	92.3624
	8	393.3209	393.3209	397.9287
	10	356.7776	394.4178	384.6940
	15	338.4139	343.7880	320.2326
	20	337.3600	331.5635	301.3750
	50	320.6388	294.8311	252.0554
25	1	2.6336	2.6167	2.6599
	2	6.9377	6.8787	7.0113
	3	17.6617	17.3994	17.8630
	4	42.1195	41.4906	42.8501
	5	87.7346	87.7406	91.1625
	8	302.4668	361.1734	367.9019
	10	344.6354	380.6124	373.1827
	15	339.4823	345.9631	327.5580
	20	336.1248	332.8756	305.8301
	50	326.8175	305.9600	267.2054
30	1	2.6366	2.6248	2.6601
	2	6.9631	6.9119	7.0211
	3	17.7455	17.5314	17.9095
	4	42.1345	41.5007	42.7617
	5	87.6568	88.0440	90.7840
	8	290.8101	342.4454	344.9910
	10	332.6781	360.8223	359.1106
	15	333.3335	340.9038	324.1026
	20	334.6695	333.6483	310.6800
	50	331.6683	312.3347	278.4506

ตารางที่ 4-9 ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 50, 100 และ 200 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.5)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
50	1	2.6381	2.6318	2.6549
	2	6.9853	6.9522	7.0217
	3	17.8699	17.7442	17.9680
	4	42.5169	42.1612	42.8746
	5	88.8421	88.5996	90.6512
	8	276.7123	307.2505	311.8946
	10	323.3059	345.7096	342.3620
	15	333.8996	340.5693	329.5273
	20	336.0491	337.7370	321.4377
	50	338.8835	326.4732	302.0031
100	1	2.6398	2.6397	2.6512
	2	7.0317	6.9953	7.0317
	3	17.9892	17.8775	17.9930
	4	42.6079	42.4718	42.8995
	5	88.1742	88.8398	89.8989
	8	262.5758	278.5654	279.9313
	10	309.8530	325.9426	323.4057
	15	324.8547	332.6512	325.3336
	20	334.4073	333.7946	326.4139
	50	345.7355	339.9024	323.9124
200	1	2.6390	2.6393	2.6482
	2	7.0826	7.0395	7.0572
	3	18.1734	18.0104	18.0739
	4	42.6216	42.6172	42.8391
	5	42.8391	87.9510	88.4350
	8	251.6594	262.0512	263.2078
	10	294.9882	308.7353	307.5628
	15	314.2074	324.1764	321.4006
	20	333.9665	334.1646	328.1677
	50	349.7454	346.0734	337.4349

ตารางที่ 4-10 ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 5, 10 และ 15 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.5)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
5	1	0.39630460	0.40697220	0.37386390
	2	0.15099010	0.15619350	0.14242240
	3	0.06007845	0.06274271	0.05609142
	4	0.02540255	0.02639445	0.02317604
	5	0.01142442	0.01155856	0.01019923
	8	0.00218856	0.00202783	0.00192830
	10	0.00248484	0.00257812	0.00262167
	15	0.00306741	0.00351522	0.00386987
	20	0.00329033	0.00385832	0.00451193
	50	0.00390067	0.00474963	0.00713092
10	1	0.38606500	0.39303320	0.37487780
	2	0.14649910	0.14962180	0.14244380
	3	0.05766229	0.05941489	0.05586000
	4	0.02453494	0.02510619	0.02331767
	5	0.01142074	0.01148678	0.01055079
	8	0.00266035	0.00213393	0.00208100
	10	0.00264045	0.00244449	0.00252482
	15	0.00293307	0.00303641	0.00334790
	20	0.00303256	0.00329524	0.00371261
	50	0.00337759	0.00387201	0.00498821
15	1	0.38205250	0.38615420	0.37532930
	2	0.14547910	0.14734040	0.14273460
	3	0.05724533	0.05724533	0.05594302
	4	0.02402952	0.02446612	0.02324695
	5	0.01140576	0.01140244	0.01074515
	8	0.00300461	0.00238505	0.00234303
	10	0.00278955	0.00251095	0.00257093
	15	0.00295348	0.00295441	0.00316983
	20	0.00301195	0.00313774	0.00354332
	50	0.00318488	0.00352941	0.00429091

ตารางที่ 4-11 ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 20, 25 และ 30 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.5)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
20	1	0.38039740	0.38361130	0.37550780
	2	0.14418640	0.14597810	0.14238510
	3	0.05671837	0.05767788	0.05586524
	4	0.02389257	0.02435477	0.02335234
	5	0.01137823	0.01139332	0.01082692
	8	0.00313724	0.00254245	0.00251301
	10	0.00280287	0.00253538	0.00259947
	15	0.00295496	0.00290877	0.00312273
	20	0.00296419	0.00301601	0.00331813
	50	0.00311877	0.00339177	0.00396738
25	1	0.37970210	0.38215570	0.37596040
	2	0.14413970	0.14537660	0.14262610
	3	0.05661960	0.05747328	0.05598164
	4	0.02374195	0.02410183	0.02333716
	5	0.01139802	0.01139723	0.01096943
	8	0.00330615	0.00276875	0.00271812
	10	0.00290162	0.00262735	0.00267965
	15	0.00294566	0.00289048	0.00305289
	20	0.00297509	0.00300413	0.00326979
	50	0.00305981	0.00326840	0.00374244
30	1	0.37928360	0.38097830	0.37592760
	2	0.14361330	0.14467830	0.14242800
	3	0.05635218	0.05704039	0.05583628
	4	0.02373350	0.02409597	0.02409597
	5	0.01140813	0.01135796	0.01101516
	8	0.00343867	0.00292017	0.00289863
	10	0.00300591	0.00277145	0.00278466
	15	0.00300000	0.00293338	0.00308544
	20	0.00298802	0.00299717	0.00321869
	50	0.00301506	0.00320169	0.00359130

ตารางที่ 4-12 ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 50, 100 และ 200 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 0.5)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
50	1	0.37906670	0.37996640	0.37666900
	2	0.14315800	0.14384040	0.14241610
	3	0.05595995	0.05635656	0.05565437
	4	0.02352006	0.02352006	0.02332383
	5	0.01125592	0.01128673	0.01103129
	8	0.00361386	0.00325467	0.00320621
	10	0.00309305	0.00289260	0.00292089
	15	0.00299491	0.00293626	0.00303465
	20	0.00297576	0.00296088	0.00311102
	50	0.00295087	0.00306304	0.00331122
100	1	0.37881600	0.37883430	0.37718550
	2	0.14221330	0.14295410	0.14221220
	3	0.05558894	0.05593614	0.05557725
	4	0.02346981	0.02354502	0.02331030
	5	0.01134119	0.01125622	0.01112361
	8	0.00380842	0.00358982	0.00357231
	10	0.00322734	0.00306803	0.00309209
	15	0.00307830	0.00300615	0.00307377
	20	0.00299037	0.00299585	0.00306360
	50	0.00289239	0.00294202	0.00308726
200	1	0.37893600	0.37889080	0.37760990
	2	0.14119100	0.14205480	0.14170010
	3	0.05502545	0.05552335	0.05552335
	4	0.02346227	0.02346469	0.02334315
	5	0.01161226	0.01136997	0.01130774
	8	0.00397363	0.00381605	0.00379928
	10	0.00338997	0.00323902	0.00325137
	15	0.00318261	0.00308474	0.00311138
	20	0.00299431	0.00299254	0.00304722
	50	0.00285922	0.00288956	0.00296354

ตารางที่ 4-13 ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 5, 10 และ 15 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 1)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
5	1	2.5257	2.4598	2.6564
	2	6.6075	6.3840	6.8891
	3	16.6506	15.9227	17.0973
	4	39.3138	37.8580	39.1665
	5	86.9192	86.3767	83.7583
	8	457.5022	498.8001	369.8338
	10	402.2780	391.1938	269.5620
	15	326.4771	285.4252	174.3643
	20	305.6946	260.0875	139.0030
	50	259.1171	210.3404	56.5407
10	1	2.5927	2.5464	2.6578
	2	6.8275	6.6826	6.9475
	3	17.3528	16.8603	17.4713
	4	40.8695	39.7857	40.5304
	5	87.8623	87.4924	86.1038
	8	380.8598	478.9202	360.5063
	10	379.7721	406.9255	303.7255
	15	342.8216	329.6428	227.4095
	20	330.6960	305.8193	197.4632
	50	295.6081	259.5983	119.0754
15	1	2.6185	2.5919	2.6584
	2	6.8779	6.7835	6.9520
	3	17.4702	17.1227	17.5049
	4	41.6707	40.6970	41.3284
	5	87.8725	87.4747	86.2479
	8	331.8248	419.9290	335.3511
	10	358.7974	398.1722	311.1754
	15	339.7936	339.5673	251.9922
	20	334.9211	320.6837	224.7589
	50	312.3963	279.9954	162.5633

ตารางที่ 4-14 ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 20, 25 และ 30 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 1)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
20	1	2.6281	2.6054	2.6570
	2	6.9309	6.8502	6.9823
	3	41.8448	41.1612	41.5630
	4	41.9192	41.2475	41.6307
	5	87.7127	87.2614	86.6509
	8	318.1013	389.8871	324.0294
	10	352.4880	388.4131	317.8145
	15	336.8566	341.2059	265.1015
	20	339.0899	331.8298	248.9768
	50	321.1072	296.0176	190.9662
25	1	2.6331	2.6179	2.6564
	2	6.9381	6.8791	6.9750
	3	17.6632	17.4053	17.7020
	4	42.0923	41.4538	41.7874
	5	87.9392	88.1082	86.9336
	8	302.1822	360.0442	311.4458
	10	343.8152	377.6432	316.6537
	15	339.9913	346.8897	279.1525
	20	337.3691	333.8397	259.6983
	50	327.1861	305.1888	213.8177
30	1	2.6369	2.6245	2.6573
	2	6.9639	6.9149	6.9932
	3	17.7562	17.5337	17.7522
	4	42.1951	41.5248	41.8862
	5	87.8290	87.8491	87.2605
	8	292.6600	344.4188	301.0914
	10	335.5524	366.6802	312.4833
	15	334.1877	344.2718	282.7406
	20	333.9249	334.4034	268.1850
	50	330.9836	312.4698	229.2167

ตารางที่ 4-15 ค่า ARL สำหรับ n เท่ากับ 50, 100 และ 200 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 1)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
50	1	2.6389	2.6325	2.6325
	2	6.9885	6.9525	7.0052
	3	17.8701	17.7281	17.8535
	4	42.4964	42.1570	42.3210
	5	88.5690	88.5687	88.1046
	8	278.3970	309.1786	284.5250
	10	322.5115	344.9613	310.8631
	15	332.0876	339.0724	299.0102
	20	335.4806	338.0462	289.6853
	50	338.3409	325.7827	267.3924
100	1	2.6393	2.6393	2.6499
	2	7.0333	6.9978	7.0240
	3	17.9908	17.8651	17.9465
	4	42.6265	42.4741	42.5956
	5	88.1056	88.9578	88.4652
	8	262.7238	277.5692	266.9638
	10	308.4696	324.5894	306.2121
	15	323.5184	332.1957	308.0070
	20	335.3727	336.5652	308.1820
	50	346.1191	340.4236	305.3172
200	1	2.6388	2.6392	2.6471
	2	7.0796	7.0381	7.0502
	3	18.1680	17.9951	18.0192
	4	42.5826	42.6042	42.6022
	5	86.0539	88.0255	87.8849
	8	252.3481	263.6079	258.3718
	10	294.6468	309.1720	299.1414
	15	313.8507	324.5521	311.6225
	20	333.4314	334.2349	318.9707
	50	349.5725	345.6501	326.4375

ตารางที่ 4-16 ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 5, 10 และ 15 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 1)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
5	1	0.39593400	0.40653380	0.37645450
	2	0.15134410	0.15664280	0.14515690
	3	0.06005809	0.06280347	0.05848864
	4	0.02543636	0.02641449	0.02553201
	5	0.01150494	0.01157719	0.01157719
	8	0.00218578	0.00200481	0.00270392
	10	0.00248584	0.00255628	0.00370972
	15	0.00306300	0.00350355	0.00573512
	20	0.00327124	0.00384486	0.00719409
	50	0.00385926	0.00475420	0.01768638
10	1	0.38569460	0.39271140	0.37624650
	2	0.14646570	0.14964180	0.14393570
	3	0.05762760	0.05931086	0.05723650
	4	0.02446810	0.02513467	0.02467286
	5	0.01138144	0.01142957	0.01161389
	8	0.00262564	0.00208803	0.00277388
	10	0.00263316	0.00245745	0.00329245
	15	0.00291697	0.00303359	0.00439735
	20	0.00302393	0.00326990	0.00506424
	50	0.00338286	0.00385211	0.00839804
15	1	0.38190100	0.38581820	0.37616100
	2	0.14539280	0.14741680	0.14384280
	3	0.05724023	0.05840198	0.05712695
	4	0.02399770	0.02457183	0.02419644
	5	0.01138013	0.01143187	0.01159448
	8	0.00301364	0.00238136	0.00298195
	10	0.00278709	0.00251148	0.00321362
	15	0.00294296	0.00294493	0.00396838
	20	0.00298578	0.00311834	0.00444921
	50	0.00320106	0.00357149	0.00615145

ตารางที่ 4-17 ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 20, 25 และ 30 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 1)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
20	1	0.38049860	0.38382480	0.37635790
	2	0.14428240	0.14598110	0.14321940
	3	0.02389785	0.02429470	0.02405989
	4	0.02385541	0.02424390	0.02402073
	5	0.01140085	0.01145983	0.01154056
	8	0.00314365	0.00256485	0.00308614
	10	0.00283698	0.00257458	0.00314649
	15	0.00296862	0.00293078	0.00377214
	20	0.00294907	0.00294907	0.00401644
	50	0.00311423	0.00337818	0.00523653
25	1	0.37978240	0.38198910	0.37645500
	2	0.14413150	0.14536820	0.14336930
	3	0.05661481	0.05745389	0.05649092
	4	0.02375733	0.02412326	0.02393065
	5	0.01137149	0.01134969	0.01150303
	8	0.00330926	0.00277744	0.00277744
	10	0.00290854	0.00264800	0.00315802
	15	0.00294125	0.00288276	0.00358227
	20	0.00296411	0.00296411	0.00385062
	50	0.00305636	0.00327666	0.00467688
30	1	0.37922980	0.38102230	0.37632630
	2	0.14359820	0.14461470	0.14299560
	3	0.05631842	0.05703293	0.05633118
	4	0.02369945	0.02408201	0.02387419
	5	0.01138576	0.01138316	0.01145994
	8	0.00341693	0.00290344	0.00332125
	10	0.00298016	0.00272717	0.00320017
	15	0.00299233	0.00290468	0.00353681
	20	0.00299469	0.00299040	0.00372877
	50	0.00302130	0.00320031	0.00436268

ตารางที่ 4-18 ค่า FAR สำหรับ n เท่ากับ 50, 100 และ 200 เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 1)$

n	λ	ARL		
		F	B_J	B_G
50	1	0.37895000	0.37987140	0.37696400
	2	0.14309120	0.14383250	0.14275190
	3	0.05595951	0.05640769	0.05601146
	4	0.02353140	0.02372087	0.02362893
	5	0.01129063	0.01129068	0.01135014
	8	0.00359199	0.00323438	0.00351463
	10	0.00310066	0.00289888	0.00321685
	15	0.00301125	0.00294922	0.00334437
	20	0.00298080	0.00295818	0.00345202
	50	0.00295560	0.00306953	0.00373982
100	1	0.37889370	0.37888660	0.37737750
	2	0.14218030	0.14290290	0.14237000
	3	0.05558393	0.05597521	0.05572104
	4	0.02345957	0.02354374	0.02347662
	5	0.01135002	0.01124128	0.01130388
	8	0.00380628	0.00360271	0.00374583
	10	0.00324181	0.00308082	0.00326571
	15	0.00309101	0.00301027	0.00301027
	20	0.00298176	0.00297119	0.00324484
	50	0.00288918	0.00293752	0.00327528
200	1	0.37895510	0.37890060	0.37777110
	2	0.14125080	0.14208400	0.14184020
	3	0.05504200	0.05557067	0.05549644
	4	0.02348377	0.02347185	0.02347294
	5	0.01162063	0.01136034	0.01137852
	8	0.00396278	0.00379351	0.00387039
	10	0.00339389	0.00323445	0.00334290
	15	0.00318623	0.00308117	0.00320901
	20	0.00299912	0.00299191	0.00313508
	50	0.00286064	0.00289310	0.00306337

จากตารางที่ 4-15 แสดงค่า ARL เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 50 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ถึง 2 ในขณะที่วิธี B_J ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 8 ถึง 20 ในขณะที่ วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 3, 4, 5 และ 50 เมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 100 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ในขณะที่วิธี B_J ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 5 ถึง 20 ในขณะที่ วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 2, 3, 4, และ 50 และเมื่อขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 200 พบว่า วิธี B_G ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 1 ในขณะที่วิธี B_J ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 4 ถึง 20 ในขณะที่ วิธี F ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 2, 3, และ 50

จากตารางที่ 4-4 ถึง 4-6 แสดงค่า FAR ที่ได้จากวิธี F วิธี B_J และวิธีเบส B_G เมื่อกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมาโดยที่ เมื่อกำหนด $(\alpha, \beta) = (5, 1)$ กำหนดจำนวนหน่วยตัวอย่าง n เท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 50, 100 และ 200 และค่าพารามิเตอร์ λ เท่ากับ 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 20 และ 50 พบว่า ค่า FAR ที่ได้จากทั้ง 3 วิธีมีค่าใกล้เคียงกัน

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart โดยใช้แนวความคิดเบสที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมา ภายใต้ฟังก์ชันการสูญเสียคลาดเคลื่อนกำลังสอง รวมถึงศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิจากวิธีที่ผู้วิจัยได้นำเสนอโดยมีการนำไปเปรียบเทียบกับวิธีอื่น ได้แก่ วิธีดั้งเดิม และวิธีเบสที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงเจฟฟรีย์ ซึ่งสิ่งที่ใช้วัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมคือค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) แผนภูมิควบคุมใดหรือวิธีใดที่ให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยสูงที่สุดคือวิธีที่มีประสิทธิภาพที่สุด

ในบทนี้ผู้วิจัยได้นำเสนอข้อสรุปที่ได้จากการศึกษาการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิจากวิธีที่ผู้วิจัยได้นำเสนอ รวมถึงผลการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับวิธีอื่น ๆ การอภิปรายผล และข้อเสนอแนะงานวิจัยเพื่อให้สามารถต่อยอดทำวิจัยในอนาคตต่อไป โดยการศึกษาได้มีการกำหนดจำนวนหน่วยตัวอย่าง n กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 50, 100 และ 200 กำหนดพารามิเตอร์ของการแจกแจงแกมมา $(\alpha, \beta) = (5, 0.25), (5, 0.5)$ และ $(5, 1)$ และ ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซอง λ แทนค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิ ให้มีค่าเท่ากับ 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 15, 20 และ 50 เพื่อสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart ด้วยวิธีเอ็มพีริคัลเบสและเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart ที่ดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์ ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

จากการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart โดยการคำนวณค่า FAR และ ARL และนำ ARL ที่ได้จากแต่ละวิธีมาเปรียบเทียบพบว่า วิธีเบสที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมาให้ค่า ARL มากที่สุดเมื่อพารามิเตอร์ λ มีค่าอยู่ระหว่าง 1 ถึง 10 แต่เมื่อพารามิเตอร์ λ มีขนาดตั้งแต่ 15 ขึ้นไป วิธีดั้งเดิมให้ค่า ARL มากที่สุด ซึ่งวิธีที่ใช้ในการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart ทั้งสามวิธีให้ค่าที่ใกล้เคียงกันมากขึ้น โดยส่วนใหญ่วิธีเอ็มพีริคัลเบสให้ค่าสูงที่สุดเกือบทุกกรณี นอกจากนี้ยังพบว่าวิธีเบสให้ค่า ARL ที่ใกล้เคียงกับวิธีเอ็มพีริคัลเบส

เมื่อพิจารณาค่า ARL ในกรณีที่ m มีขนาดเล็ก ($m=5, 10, 15, 20, 25$ และ 30) พบว่า วิธีเบสที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงเจฟฟรีย์ให้ค่า ARL น้อย และมีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้นเมื่อพารามิเตอร์ λ มีค่ามากขึ้น ค่า ARL ที่ได้จากเบสที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงเจฟฟรีย์

มีค่ามากขึ้นจนใกล้เคียงกับอีกสองวิธี ในขณะเดียวกัน วิธีเบสและวิธีเอ็มพิริคัลเบสให้ค่าใกล้เคียงกัน และมีค่าสูงขึ้นเรื่อย ๆ จนถึง λ เท่ากับ 8 โดยทั้งสามวิธีให้ค่า ARL ใกล้เคียงกัน และเมื่อพารามิเตอร์ λ มีค่ามากกว่า 8 พบว่า ค่า ARL ที่ได้จากทั้งสามวิธีค่อย ๆ มีแนวโน้มลดลงเล็กน้อย

เมื่อ n มีขนาดใหญ่ขึ้น ($n \geq 50$) วิธีสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิต่างสามวิธีมีแนวโน้มให้ค่า ARL สูงขึ้นเป็นฟังก์ชันเพิ่ม โดยวิธีดั้งเดิมให้ค่า ARL น้อยเมื่อพารามิเตอร์ λ มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 แต่เมื่อพารามิเตอร์ λ มีขนาดใหญ่ขึ้น ค่า ARL ที่ได้จากวิธีเบสที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงพรีมีค่ามากขึ้นจนใกล้เคียงกับอีกสองวิธี นอกจากนี้ยังพบว่า เมื่อพารามิเตอร์ λ มีขนาดใหญ่มาก ๆ วิธีดั้งเดิมให้ค่าสูงสุด

เมื่อพิจารณาค่า ARL ของวิธีสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิต่างสามวิธีสำหรับวิธีเบสที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมา และเมื่อพิจารณาความแตกต่างของค่า β ที่แตกต่างกัน 3 ระดับคือ 0.25, 0.5 และ 1 พบว่า วิธีเบสที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมาที่กำหนดค่า β ที่มีค่าสูงจะให้ค่า ARL มีค่าสูงสุดเมื่อ พารามิเตอร์ λ มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 4 เท่านั้น

5.2 อภิปรายผล

ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart ภายใต้สถานการณ์ที่กำหนด พบว่า วิธีเบสที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมามีประสิทธิภาพสูงที่สุด เมื่อพารามิเตอร์จำนวนรอยตำหนิมีค่าน้อย คือไม่เกิน 8 ในขณะที่ วิธีดั้งเดิมมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีที่ศึกษาและเอ็มพิริคัลเบส เมื่อพารามิเตอร์จำนวนรอยตำหนิมีค่ามากขึ้น ซึ่งอาจเกิดจากการคำนวณหาขีดจำกัดควบคุมซึ่งวิธีดั้งเดิม กับวิธีเบสมีความแตกต่างกันอย่างสิ้นเชิงในการกำหนดขีดจำกัดควบคุม และหากพิจารณาความกว้างของขีดจำกัดควบคุม อาจพบว่าความกว้างระหว่างขีดจำกัดควบคุมบนและขีดจำกัดควบคุมล่างมีความแคบกว่า ทำให้ผลต่างของความน่าจะเป็นสะสมระหว่างขีดจำกัดควบคุมมีค่าน้อย ส่งผลให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยน้อยกว่าอีกสองวิธีคือวิธีเบส ซึ่งมีวิธีการคำนวณจากการหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ของฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ที่ได้จากการกำเนิดชุดข้อมูลเป็นไปตามฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ ซึ่งถ้าค่าขีดจำกัดควบคุมที่ให้มีมีความแตกต่างมาก จะทำผลการคำนวณค่าความยาวรันเฉลี่ยจากวิธีเบสมีค่าที่สูงกว่า สอดคล้องกับงานวิจัยของ Raubenheimer และ Merwe (2015) ซึ่งผลการศึกษาพบว่า ส่วนใหญ่วิธีเบสมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีดั้งเดิม เนื่องจากให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยสูงและค่าอัตราความผิดพลาดการแจ้งเตือนน้อย ซึ่งเป็นค่าที่เป็นที่ต้องการในการวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบประสิทธิภาพการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart ด้วยวิธีเบส์และวิธีดั้งเดิม พบว่า สองวิธีนี้มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากมีค่าความยาวรันเฉลี่ยใกล้เคียงกัน แต่ส่วนใหญ่พบว่า วิธีเบส์มีประสิทธิภาพมากที่สุดเมื่อพารามิเตอร์จำนวนรอยตำหนิมีขนาดเล็ก และยังมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อ β มีค่าน้อย ซึ่งเกิดจากการใช้การแจกแจงภายหลังในการหาฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ซึ่งวิธีเบส์ใช้การแจกแจงเบี่ยงต้นเป็นการแจกแจงแกมมาซึ่งเป็นการแจกแจงที่ให้สารสนเทศที่เป็นประโยชน์สำหรับการแจกแจงบัพชมากกว่าการใช้การแจกแจงเบี่ยงต้นเป็นการแจกแจงเจฟฟรีย์ และได้รับความนิยมในการนำไปใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงบัพชโดยวิธีเบส์

5.3 ข้อเสนอแนะ

5.3.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

ผลการศึกษการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart และเปรียบเทียบประสิทธิภาพการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart ด้วยวิธีดั้งเดิม วิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบี่ยงต้นเป็นการแจกแจงแกมมา และวิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบี่ยงต้นเป็นการแจกแจงเจฟฟรีย์พบว่า ส่วนใหญ่วิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบี่ยงต้นเป็นการแจกแจงแกมมา มีประสิทธิภาพสูงที่สุด เนื่องจากให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยมากที่สุด และจะมีบางกรณีที่วิธีดั้งเดิมมีประสิทธิภาพสูงที่สุด แต่เมื่อพิจารณาค่าความยาวรันเฉลี่ยในกรณีเหล่านั้นจะพบว่า วิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบี่ยงต้นเป็นการแจกแจงแกมมาให้ค่าที่สูงและแตกต่างจากอีกสองวิธีมาก ดังนั้นควรเลือกวิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบี่ยงต้นเป็นการแจกแจงแกมมา มาใช้ในการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart เนื่องจากให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยสูงสุดเกือบทุกสถานการณ์ที่ศึกษา โดยเฉพาะในกรณีที่ค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิมีค่าน้อย

5.3.2 ด้านการศึกษาวิจัย

จากผลการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการภายใต้การกำหนดการแจกแจงเบี่ยงต้นเป็นการแจกแจงแกมมาและประมาณค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ด้วยค่าต่าง ๆ ซึ่งเป็นแนวทางในการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart โดยกำหนดการแจกแจงเบี่ยงต้นที่ให้สารสนเทศมากกว่า เช่น กำหนดการแจกแจงเบี่ยงต้นที่ไม่ใช่คอนจูเกต เป็นต้น

นอกจากนี้ยังเป็นแนวทางให้นักวิจัยหรือผู้สนใจนำวิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบี่ยงต้นที่ไม่ใช่คอนจูเกต ไปใช้ในการสร้างและหาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมอื่น เช่น แผนภูมิควบคุมสัดส่วนผลิตภัณฑ์เสีย แผนภูมิควบคุมจำนวนผลิตภัณฑ์เสีย แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและพิสัย เป็นต้น

หรือใช้ในกระบวนการการควบคุมคุณภาพเชิงสถิติด้านอื่น เช่น แผนการชักสิ่งตัวอย่างเพื่อการ
ตรวจสอบ แผนการชักสิ่งตัวอย่างเพื่อการยอมรับ เป็นต้น

บรรณานุกรม

- ประชุม สุวัฒน์. **ทฤษฎีการอนุมานเชิงสถิติ**. ฉบับปรับปรุงแก้ไข ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โครงการส่งเสริมเอกสารวิชาการ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์, 2545.
- วัชรภรณ์ อ่อนแสง. **ทฤษฎีสถิติ**. พิษณุโลก : มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2554.
- Chakraborti, S and Human S.W. “Properties and Performance of the C-chart for Attributes Data.” **Journal of Applied Statistics**. 2008. 35 (1): 89-100.
- Raubenheimer, L. And Abrie J van der Merwe. “Bayesian Control Chart for Nonconformities.” **Quality and Reliability Engineering International**. 2015. 31(8) : 1359-1366.
- Supharakonsakun, Y. “Bayesian Approaches for Poisson Distribution Parameter Estimation.” **Emerging Science Journal**. 2021. 5(5) : 755-774.

ประวัติผู้วิจัย

1. ชื่อ-นามสกุล นางสาวหยาดพิรุณ ศุภรากรสกุล
Miss Yadpirun Supharakonsakun
2. ตำแหน่งปัจจุบัน ผู้ช่วยศาสตราจารย์
3. ตำแหน่งทางวิชาการ -
4. หน่วยงานและสถานที่ติดต่อได้สะดวก
สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ อ.เมือง จ.เพชรบูรณ์
76000 โทรศัพท์ 056-717100 ต่อ 8228
E-mail : yadpirun.suph@pcru.ac.th
5. ประวัติการศึกษา
ปรด. (สถิติประยุกต์)
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
วท.ม. (สถิติประยุกต์)
มหาวิทยาลัยนเรศวร
วท.บ. (คณิตศาสตร์)
มหาวิทยาลัยนเรศวร
6. สาขาวิชาการที่มีความชำนาญพิเศษ
การประมาณค่า/แนวคิดเบส์
การควบคุมภาพเชิงสถิติ
7. ประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการบริหารงานวิจัย
หัวหน้าโครงการวิจัย เรื่อง การสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ
ด้วยวิธีเบส์ในการควบคุมคุณภาพการผลิต
หัวหน้าโครงการวิจัย เรื่อง การสร้างแผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะด้วย
วิธีเอ็มพีริคัลเบส์
หัวหน้าโครงการวิจัย เรื่อง พฤติกรรมการใช้เครือข่ายสังคมออนไลน์และ
ผลกระทบต่อนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในจังหวัดเพชรบูรณ์
หัวหน้าโครงการวิจัย เรื่อง ปัจจัยที่มีผลต่อต้นทุนการผลิต ผลผลิต และ
ผลตอบแทน จากการปลูกมันสำปะหลังของเกษตรกรในเขตจังหวัด
เพชรบูรณ์