



รายงานการวิจัย

การสร้างแผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะด้วยวิธีเอ็มพิริคัลเบส์

Empirical Bayes Control Chart for Attribute

หยาดพิรุณ ศุภรากรสกุล

สาขาคณิตศาสตร์และวิทยาการข้อมูล คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

ประจำปีงบประมาณ 2564

รายงานวิจัยฉบับสมบูรณ์

การสร้างแผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะด้วยวิธีเอ็มพีริคัลเบส์

Empirical Bayes Control Chart for Attribute

หยาดพิรุณ ศุภรากรสกุล

สาขาคณิตศาสตร์และวิทยาการข้อมูล

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ทุนอุดหนุนโดย ทุนอุดหนุนงานวิจัยพัฒนาวิทยาศาสตร์ วิจัยและนวัตกรรม

ประจำปีงบประมาณ 2564

ชื่องานวิจัย	การสร้างแผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะด้วยวิธีเอ็มพiricalเบส์ Empirical Bayes Control Chart for Attribute
ผู้วิจัย	หยาดพิรุณ ศุภรากรสกุล
ผู้ร่วมวิจัย/ที่ปรึกษา	-
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการข้อมูล มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ ปีเสร็จวิจัย 2565

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้นำเสนอการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเอ็มพiricalเบส์ และเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเอ็มพiricalเบส์กับแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิประเภทดั้งเดิมและวิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์

วิธีการดำเนินการวิจัยนี้แบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน ประกอบด้วย 1) ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่การพิสูจน์ทฤษฎีเพื่อนำไปสู่การสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเอ็มพiricalเบส์ และหลังจากพิสูจน์ทฤษฎีแล้ว 2) พัฒนาโปรแกรมเพื่อจำลองสถานการณ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิที่นำเสนอโดยแนวความคิดเอ็มพiricalเบส์และเปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิประเภทดั้งเดิมและวิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์

ผลการศึกษาพบว่า ส่วนใหญ่แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเอ็มพiricalเบส์มีประสิทธิภาพที่สุด โดยพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) ซึ่งให้มากที่สุดเกือบทุกกรณีที่ศึกษา นอกจากนี้ยังพบว่า วิธีเบส์ที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์ให้ค่าที่ใกล้เคียงกับวิธีที่นำเสนออีกด้วย ส่วนวิธีดั้งเดิมจะมีประสิทธิภาพในกรณีที่พารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซองมีค่ามาก

คำสำคัญ : แผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ, เอ็มพiricalเบส์

Research Title Empirical Bayes Control Chart for Attribute
Researcher Yadpirun Supharakonsakun
Co-research/Mentor -
Department Mathematics and Data Science
 Phetchabun Rajabhat University 2022

Abstract

This research proposes c chart development for the total number of nonconformities by using Empirical Bayes approach. The comparison of 2 existing methods; frequentist and Bayes by using Jeffreys prior for c hart is also investigated.

There are two research methodology of this study; literature reviews for derivation of c chart for nonconformities development by using Empirical Bayes and simulation study using different of λ and number of inspection units (m) of comparative performance between the proposed method and 2 existing methods of c chart determined by average run length (ARL) which larger value is desired.

The result found that the introduced Empirical Bayes gives larger values for the ARL and smaller values for the FAR for almost of cases. It concludes that suggested Empirical Bayes is very efficiency for c chart due to the ARL obtained from this method were generally closer to the expected nominal value for the ARL, 370.3704. In addition, the ARL yielded from Bayes method with Jeffreys prior is close to Empirical Bayes method. Bayesian and Empirical Bayes methods actually had wider control limits. While, the frequentist is more effectively when the λ is larger.

keywords : c chart, Empirical Bayes

กิตติกรรมประกาศ

รายงานการวิจัยฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีจากคำแนะนำต่าง ๆ จากคณาจารย์ในมหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ และความร่วมมือช่วยเหลืออย่างดียิ่งจากบุคลากรหลายฝ่าย ที่สละเวลาให้คำแนะนำคำปรึกษา รวมถึงข้อเสนอแนะต่าง ๆ อันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการดำเนินการวิจัยในครั้งนี้

ผู้วิจัยขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิลาสินี ปิระจิตร และอาจารย์ ดร.ชนิษฐา อินชัย เป็นอย่างสูง ที่ได้ให้ความกรุณาให้คำแนะนำการพิสูจน์ทฤษฎีรวมทั้งการการจำลองสถานการณ์ เพื่อให้ได้ผลการวิจัย และขอขอบพระคุณสถาบันวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ ที่ได้ให้ทุนอุดหนุนการวิจัยครั้งนี้มา ณ ที่นี้ด้วย

สุดท้ายนี้ขอขอบพระคุณสมาชิกในครอบครัว โดยเฉพาะมารดา ผู้ให้ไม่มีที่สิ้นสุด ที่คอยอยู่เคียงข้างให้กำลังใจ เข้าใจทุกสภาวะกาลของชีวิตเรื่อยมาและตลอดไป

หยาดพิรุณ ศุภรากรสกุล

22 กุมภาพันธ์ 2565

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ข
กิตติกรรมประกาศ.....	ค
สารบัญตาราง.....	จ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	4
1.3 ขอบเขตการดำเนินการวิจัย.....	4
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	4
บทที่ 2 บทนำ.....	6
2.1 แผนภูมิควบคุม.....	6
2.2 แนวคิดแบบเบส์และเอ็มพีริคัลเบส์.....	7
2.3 การแจกแจงและคุณสมบัติที่สำคัญเกี่ยวกับการแจกแจง.....	11
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	17
3.1 การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้วิธีดั้งเดิม.....	17
3.2 การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้วิธีเบส์.....	18
3.3 การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้วิธีเอ็มพีริคัลเบส์.....	19
บทที่ 4 ผลการวิจัย.....	22
4.1 การพิสูจน์ทฤษฎี.....	22
4.2 การจำลองสถานการณ์.....	26
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	40
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	40
5.2 อภิปรายผล.....	41
5.3 ข้อเสนอแนะ.....	42
บรรณานุกรม.....	43
ประวัติผู้วิจัย.....	44

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่	
4.1 ค่า ARL สำหรับ m เท่ากับ 5 และ 10.....	27
4.2 ค่า ARL สำหรับ m เท่ากับ 15 และ 20.....	28
4.3 ค่า ARL สำหรับ m เท่ากับ 25 และ 30.....	29
4.4 ค่า ARL สำหรับ m เท่ากับ 50 และ 100.....	30
4.5 ค่า ARL สำหรับ m เท่ากับ 200 และ 300.....	31
4.6 ค่า ARL สำหรับ m เท่ากับ 500 และ 1,000.....	32
4.7 ค่า FAR สำหรับ m เท่ากับ 5 และ 10.....	34
4.8 ค่า FAR สำหรับ m เท่ากับ 15 และ 20.....	35
4.9 ค่า FAR สำหรับ m เท่ากับ 25 และ 30.....	36
4.10 ค่า FAR สำหรับ m เท่ากับ 50 และ 100.....	37
4.11 ค่า FAR สำหรับ m เท่ากับ 200 และ 300.....	38
4.12 ค่า FAR สำหรับ m เท่ากับ 500 และ 1,000.....	39

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในการผลิตสินค้าหรือบริการในยุคปัจจุบัน ผู้ผลิตมักให้ความสำคัญกับผลิตภัณฑ์หรือบริการที่ผลิตเพื่อให้เกิดความพึงพอใจแก่ผู้บริโภค ทำให้ผลิตภัณฑ์หรือบริการนั้นมีชื่อเสียงและนำมาซึ่งความน่าเชื่อถือต่อเนื่องขึ้นไปในระยะยาว สามารถสร้างผลกำไรจากการประกอบการแก่ผู้ผลิตและขวัญกำลังใจให้แก่พนักงาน และสร้างความน่าเชื่อถือหรือความไว้วางใจของผู้ผลิตในการผลิตสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ใหม่ๆ ได้อีกด้วย ซึ่งปัจจัยสำคัญในการสร้างความน่าเชื่อถือของกระบวนการผลิตก็คือ การลดหรือขจัดความผันแปรในคุณสมบัติของผลิตภัณฑ์ให้อยู่ในเกณฑ์ที่สามารถควบคุมได้ การควบคุมกระบวนการเชิงสถิติ (Statistical process control or SPC) จึงเป็นหัวใจสำคัญในการควบคุมคุณภาพของผลิตภัณฑ์ให้ตรงกับความต้องการของผู้บริโภค โดยวิธีการหรือเครื่องมือทางสถิติที่นำมาใช้เพื่อควบคุมคุณภาพประกอบไปด้วย 6 เครื่องมือหลัก ได้แก่ แผ่นตรวจสอบ (Check sheet) ฮิสโตแกรม (Histogram) แผนภาพพาเรโต (Pareto diagram) แผนภาพก้างปลา (Fishbone diagram) แผนภาพการกระจาย (Scatter diagram) และแผนภูมิควบคุม (Control chart)

แผนภูมิควบคุม แบ่งออกเป็น 2 ประเภทตามคุณสมบัติของผลิตภัณฑ์ที่ต้องการควบคุม ได้แก่ แผนภูมิควบคุมเชิงผันแปร (Control charts for variables) และ แผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะ (Control chart for attributes) (ธิดาเดียว มยุรีสุวรรณ, 2558) แผนภูมิควบคุมเชิงผันแปรเป็นแผนภูมิที่ใช้ควบคุมกระบวนการสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ที่คุณสมบัติที่ต้องการควบคุมสามารถวัดค่าได้ด้วยการชั่ง ตวง วัด เช่น ปริมาณน้ำตาลในขนม ความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของชิ้นงาน ปริมาตรของเครื่องดื่ม น้ำหนักของผลิตภัณฑ์ เป็นต้น แผนภูมิควบคุมประเภทนี้ได้แก่ แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ แผนภูมิควบคุม R แผนภูมิควบคุม $\bar{R}$ แผนภูมิควบคุม X เป็นต้น ส่วนแผนภูมิอีกประเภทหนึ่ง คือ แผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะ (Control chart for attributes) เป็นแผนภูมิควบคุมกระบวนการผลิตของผลิตภัณฑ์ที่ผลิตไม่สามารถวัดค่าหรือคุณสมบัติด้วยการวัด แต่หาว่าค่าคุณสมบัตินั้นได้จากการแจกนับ เช่น ดีหรือเสีย ขำหรือไม่ขำ รูดหรือไม่รูด มีตำหนิหรือไม่มีตำหนิ เป็นต้น แผนภูมิควบคุมประเภทนี้ได้แก่ แผนภูมิ p แผนภูมิ np แผนภูมิ c เป็นต้น

แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า แผนภูมิ c (c Chart) เป็นแผนภูมิที่ใช้ควบคุมรอยตำหนิหรือจุดบกพร่องบนผลิตภัณฑ์ 1 หน่วย ได้มีการนำมาใช้อย่างกว้างขวางในงานอุตสาหกรรม เช่น การควบคุมจำนวนรอยตำหนิบนชิ้นงานของส่วนประกอบรถยนต์ รอยตำหนิผ้าที่ทอหรือการตัดเย็บเสื้อผ้า รอยตำหนิบนภาชนะที่ทำจากพลาสติก โดยเฉพาะกับการตรวจสอบ

ผลิตภัณฑ์ที่ไม่สามารถระบุได้ว่าเป็นผลิตภัณฑ์ที่ชำรุดหรือไม่ แต่สามารถระบุจำนวนรอยตำหนิว่ามากหรือน้อย เกินกว่าที่จะยอมรับได้หรือไม่ โดยถ้าผลิตภัณฑ์มีรอยตำหนิมากเกินไปอาจจะสามารถระบุได้ว่าเป็นผลิตภัณฑ์ที่ชำรุดได้

แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart เป็นแผนภูมิที่ใช้ควบคุมจำนวนรอยตำหนิหรือข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นบนผลิตภัณฑ์ เมื่อกลุ่มตัวอย่างย่อยมีขนาด 1 หน่วย เช่นรอยตำหนิบนผ้า 1 ตารางวา หรือรอยตำหนิบนพื้นผิว 1 ชิ้นงาน เป็นต้น

ถ้าให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนรอยตำหนิหรือจุดบกพร่องที่เกิดขึ้นบนผลิตภัณฑ์ 1 หน่วย แล้ว X จะมีการแจกแจงแบบปัวส์ซอง (Poisson distribution) ที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นคือ

$$f(x) = \frac{e^{-c} c^x}{x!} ; x=0,1,2,\dots$$

เมื่อ c คือ จำนวนรอยตำหนิหรือจุดบกพร่องเฉลี่ยของกระบวนการผลิตที่เกิดขึ้นบนผลิตภัณฑ์ 1 หน่วย และมีค่ามากกว่า 0 และ $E(X) = V(X) = c$ ดังนั้น จะได้ว่า ขีดจำกัดควบคุมที่ 3σ control limits ของแผนภูมิ c คือ

$$UCL = c + 3\sqrt{c}$$

$$CL = c$$

$$LCL = c - 3\sqrt{c}$$

ซึ่งในการหาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมนี้ จะพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) และอัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด (False Alarm Rate: FAR) โดยในการคำนวณหา ARL ของแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart จะสามารถคำนวณหาได้จากค่า FAR ดังนั้น โดยพิจารณาจากขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม (Control Chart Limits) ที่ และนำมาพิจารณาค่าขนาดของบริเวณการปฏิเสธ (Rejection Region) ที่ถูกนิยามโดย

$$\alpha = \sum_{R^*(\alpha)} f(x_f | data)$$

ถ้าค่าสถิติควบคุม (Control Statistic) ตกอยู่ในขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม เราจะเรียกว่า กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (In Control Process) แต่ถ้าสถิติควบคุมอยู่นอกขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม เราจะเรียกว่า กระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม (Out-of-Control Process) ซึ่งเมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุมเกิดขึ้นแล้ว จะมีการส่งสัญญาณเตือนของกระบวนการดังกล่าว ความน่าจะเป็นของการส่งสัญญาณเตือนเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมจะถูกเรียกว่า อัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด (FAR) ซึ่งค่านี้จะนำไปสู่การคำนวณหา ARL ซึ่งเป็นค่าที่ไว้วัด

ประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมนั่นเอง จะได้ว่า ค่า ARL พิจารณาจากความน่าจะเป็นของการส่งสัญญาณเตือนเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมจะถูกเรียกว่า อัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด (False Alarm Rate: FAR) ซึ่งค่าสังเกตของจุดที่อยู่นอกขีดจำกัดแผนภูมิควบคุมลักษณะดังกล่าวจะถือว่าการแจกแจงเรขาคณิต (Geometric Distribution)

ถ้าให้ $X \sim GEO(\beta)$ จะได้ว่า ค่าเฉลี่ยหรือค่าคาดหวัง (Expected Value) ของการแจกแจงดังกล่าวจะมีค่าเท่ากับ $E(X) = \frac{1}{\beta}$ ดังนั้น จะได้ว่า ARL สามารถคำนวณได้จาก

$$ARL = \frac{1}{P(\text{sampling point plots out of control})} = \frac{1}{FAR}$$

เมื่อพิจารณาค่าอัตราการแจ้งเตือนผิดพลาดสำหรับแนวความคิดของแผนภูมิควบคุมชิลฮาร์ท (Shewhart Control Chart) โดยอาศัยพื้นที่ภายใต้เส้นโค้งการแจกแจงปกติ 3σ แล้วจะได้ว่า ค่า FAR จะมีค่าเท่ากับ 0.0027 ดังนั้น ค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL จึงมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{0.0027} = 370.3704$ นั่นเอง และเนื่องจากค่า ARL เป็นค่าเฉลี่ยของจำนวนจุดที่ตกอยู่ภายในขีดจำกัดควบคุมเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ดังนั้น ARL ที่เป็ค่าที่ต้องการจึงควรมีค่ามาก ๆ ดังนั้นค่า FAR ที่เป็ค่าที่ต้องการจึงควรมีค่าน้อย ๆ เช่นกัน ซึ่งการสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิโดยใช้วิธีดั้งเดิม (Frequentist Method) โดยการคำนวณหาค่า ARL และ FAR ถูกนำเสนอโดย Chakraborti และ Human (2008) ต่อมา Raubenheimer และ Merwe (2015) การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิโดยใช้วิธีเบส์ที่มีการกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์ (Jeffreys Prior) และนำค่า ARL และ FAR จากแนวคิดดังกล่าวมาเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับวิธีดั้งเดิม ซึ่งผลการศึกษพบว่า ส่วนใหญ่วิธีเบส์มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีดั้งเดิม เนื่องจากวิธีเบส์มักจะให้ค่า ARL ที่สูงกว่าวิธีดั้งเดิม การสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิด้วยวิธีเบส์จึงควรถูกนำไปใช้ เนื่องจากการควบคุมคุณภาพเชิงสถิติที่ใช้แผนภูมิควบคุมเป็นเครื่องมือจะอาศัยการเก็บรวบรวมค่าสังเกตที่จะเกิดขึ้นในอนาคต ซึ่งแนวคิดเบส์จะมีหลักการที่สอดคล้องกับการพยากรณ์ค่าสังเกตเหล่านั้น

เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart ดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำวิธีการอนุมานเชิงสถิติแบบเอ็มพิริคัลเบส์ (Empirical Bayes Approach) ซึ่งเป็นแนวคิดที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์มาประยุกต์ใช้สร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart ซึ่งเป็นแนวคิดที่แตกต่างจากแนวความคิดแบบดั้งเดิม (Classical approach) และแนวคิดเบส์ (Bayesian Approach)

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1 เพื่อสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเอ็มพีริคัลเบส

1.2.2 เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเอ็มพีริคัลเบสกับแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิประเภทดั้งเดิม

1.3 ขอบเขตของการดำเนินการวิจัย

ในการศึกษาวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเอ็มพีริคัลเบส ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้กำหนดขอบเขตของการดำเนินการวิจัยดังนี้

1.3.1 ในการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart จะพิจารณาจากข้อมูลที่มีการแจกแจงปัวซอง

1.3.2 กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นแบบคอนจูเกต (Conjugate Prior) โดยใช้เป็นการแจกแจงเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution)

1.3.3 ใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Method) ในการประมาณค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ตามแนวคิดเอ็มพีริคัลเบส

1.3.4 กำหนดจำนวนหน่วยตัวอย่าง m เท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 50, 100, 200, 300, 500 และ 1,000

1.3.5 กำหนดพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซอง λ เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 20, 50, 100, 200 และ 500

1.3.6 ทำการจำลองข้อมูลซ้ำจำนวน 20,000 รอบในแต่ละสถานการณ์

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.4.1 ได้องค์ความรู้เกี่ยวกับการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเอ็มพีริคัลเบส

1.4.2 ทราบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเอ็มพีริคัลเบสกับแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิโดยใช้วิธีดั้งเดิมและวิธีเบส

1.4.3 เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้วิธีอื่น

1.4.4 เพื่อเป็นแนวทางในการนำเอาวิธีเอ็มพีริคัลเบสในการสร้างแผนภูมิควบคุมไปใช้ในการสร้างแผนภูมิควบคุมอื่น เช่น ประยุกต์ใช้กับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย แผนภูมิควบคุมส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แผนภูมิควบคุมสัดส่วนผลิตภัณฑ์เสีย แผนภูมิควบคุมจำนวนผลิตภัณฑ์เสีย เป็นต้น

1.4.5 เพื่อเป็นแนวทางในการนำเอาวิธีเอ็มพีริคัลเบสไปใช้ในสถิติเชิงอนุมานอื่น หรือใช้ในกระบวนการการควบคุมคุณภาพเชิงสถิติด้านอื่น เช่น แผนการชักสิ่งตัวอย่างเพื่อการตรวจสอบ แผนการชักสิ่งตัวอย่างเพื่อการยอมรับ เป็นต้น

บทที่ 2

การทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยนี้ นักวิจัยได้ศึกษาข้อมูล เอกสาร ทฤษฎี และงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับกับการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart โดยมีการประยุกต์ใช้งานในการประมาณค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์และแนวคิดเบสสำหรับการสร้างแผนภูมิควบคุมดังกล่าว โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 แผนภูมิควบคุม

แผนภูมิควบคุม (Control chart) ถือว่าเป็น เครื่องมือที่สำคัญที่นิยมนำมาใช้ในการควบคุมคุณภาพทางสถิติในกระบวนการผลิตสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ที่ต้องการลดหรือขจัดความผันแปรในคุณสมบัติของผลิตภัณฑ์ให้อยู่ในเกณฑ์ที่ต้องการ และเพิ่มคุณภาพของสินค้า ตรงกับความต้องการของผู้บริโภค แผนภูมิควบคุมแบ่งออกเป็น 2 ประเภทด้วยกัน คือ แผนภูมิควบคุมเชิงผันแปร (Control charts for variables) และ แผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะ (Control charts for attributes)

แผนภูมิควบคุมเชิงผันแปร เป็นแผนภูมิที่ใช้ควบคุมกระบวนการผลิตสำหรับผลิตภัณฑ์ที่มีคุณสมบัติที่ต้องการควบคุมโดยสามารถวัดค่าได้ด้วยการชั่ง ตวง วัด เช่น ปริมาณเครื่องดื่มบรรจุขวด ความยาวของชิ้นงาน น้ำหนักของผลิตภัณฑ์ อายุการใช้งานของหลอดไฟ เป็นต้น

แผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะ เป็นแผนภูมิควบคุมกระบวนการผลิตที่ค่าคุณสมบัติของผลิตภัณฑ์ที่ต้องการควบคุมได้ด้วยการแฉกนับ เช่น ดีหรือเสีย ขำรูดหรือไม่ขำรูด บกพร่องหรือไม่บกพร่อง มีตำหนิหรือไม่มีตำหนิ เป็นต้น

แผนภูมิ c เป็นแผนภูมิที่ใช้ควบคุมจำนวนรอยตำหนิหรือข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นบนผลิตภัณฑ์เมื่อกลุ่มตัวอย่างย่อยมีขนาด 1 หน่วย เช่น รอยตำหนิบนผ้า 1 ตารางวา หรือรอยตำหนิบนพื้นผิว 1 ชิ้นงาน เป็นต้น

ถ้าให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนรอยตำหนิหรือจุดบกพร่องที่เกิดขึ้นบนผลิตภัณฑ์ 1 หน่วย แล้ว X จะมีการแจกแจงแบบปัวส์ซอง (Poisson distribution) ที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นคือ

$$f(x) = \frac{e^{-c} c^x}{x!} ; x=0,1,2,\dots$$

เมื่อ c คือ จำนวนรอยตำหนิหรือจุดบกพร่องเฉลี่ยของกระบวนการผลิตที่เกิดขึ้นบนผลิตภัณฑ์ 1 หน่วย และมีค่ามากกว่า 0 และ $E(X) = V(X) = c$ ดังนั้น จะได้ว่า ขีดจำกัดควบคุมที่ 3σ control limits ของแผนภูมิ c คือ

$$UCL = c + 3\sqrt{c}$$

$$CL = c$$

$$LCL = c - 3\sqrt{c}$$

2.2 แนวคิดแบบเบส์และเอ็มพิริคัลเบส์ (Bayesian and Empirical Bayes approach)

ในการอนุมานโดยใช้แนวคิดแบบเบส์จะพิจารณาว่าพารามิเตอร์เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็น โดยในการคำนวณจะมีการนำความรู้หรือความเชื่อเดิมที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์มาใช้ประกอบการอนุมาน ส่วนหลักการอนุมานแบบเอ็มพิริคัลเบส์นั้นจะมีความคล้ายคลึงกับแนวคิดแบบเบส์ แต่มีความแตกต่างจากแนวคิดแบบเบส์ในส่วนของการใช้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ โดยแนวคิดแบบเบส์จะพิจารณาว่า ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์เป็นค่าที่ทราบว่ามีค่าเป็นเท่าไร และนำค่านั้นมาใช้ในการประกอบการอนุมานได้เลย แต่ในขณะที่แนวคิดแบบเอ็มพิริคัลเบส์จะทำการประมาณค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ด้วยวิธีแบบเดิมโดยใช้ข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างมาช่วยในการประมาณ แล้วจึงนำค่าประมาณไฮเปอร์พารามิเตอร์ที่ได้ไปแทนค่าในฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังที่คำนวณได้ตามวิธีการของเบส์

2.2.1 แนวคิดเบส์

แนวความคิดในการประมาณค่าพารามิเตอร์สถิติตามแนวของเบส์ (Bayesian Approach) จะมีความแตกต่างจากแนวความคิดดั้งเดิม ซึ่งแนวคิดดั้งเดิมจะพิจารณาว่าค่าพารามิเตอร์เป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่าและจะทำการสุ่มตัวอย่างมาจากประชากรที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น $f(x|\theta)$ เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ ในขณะที่แนวคิดเบส์จะพยายามใช้ความรู้เดิมหรือข้อมูลเดิมเกี่ยวกับ θ มาใช้ประโยชน์ในการประมาณ θ ดังนั้นจะพิจารณาว่าพารามิเตอร์ θ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงความน่าจะเป็นรูปใดรูปหนึ่งมาช่วยในการหาตัวประมาณ

ซึ่งในการประมาณค่าเราจะนำความรู้เกี่ยวกับตัวแปรสุ่ม และตัวประมาณที่ได้จะอยู่ในรูปการแจกแจงภายหลัง (Posterior Distribution) โดยมีรายละเอียดในการหาตัวประมาณต่าง ๆ (ประชุม สุวดี, 2545) ดังนี้

ให้ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น การแจกแจงแบบปัวซองด้วยพารามิเตอร์ $f(x; \theta) = f(x | \theta)$ โดยที่ θ เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม Θ ด้วยฟังก์ชันความน่าจะเป็นดังนี้

ในที่นี้ เราถือว่า $f(x | \theta)$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นเงื่อนไข (Conditional Probability function) ของตัวแปรสุ่ม X เมื่อกำหนด $\Theta = \theta$

ให้ตัวแปรสุ่ม Θ มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น $g(\theta)$ ซึ่งเรียกว่า ฟังก์ชันความน่าจะเป็นเบื้องต้น (Prior or Initial Probability function) หรือการแจกแจงเบื้องต้น (Prior Distribution) ของ Θ

ให้ $h(\theta | X_1, \dots, X_n)$ หรือ $h(\theta | \underline{X})$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของตัวแปรสุ่ม Θ เมื่อกำหนดว่า $X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n$ มักเรียกนี้ว่า ฟังก์ชันความน่าจะเป็นภายหลัง (Posterior Probability Function or Posterior Distribution) หรือ ฟังก์ชันความน่าจะเป็นปรับแก้ (Revised Probability Function) ของ Θ

ในการกำหนด $h(\theta | \underline{X})$ จะกำหนดฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมของ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เมื่อ

$$\text{กำหนด } \Theta = \theta \text{ ได้แก่ } f(x_1, \dots, x_n; \theta) = f(x_1, \dots, x_n | \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta)$$

อาจหาฟังก์ชันความน่าจะเป็นภายหลังของ Θ ได้จากฟังก์ชันความน่าจะเป็นเบื้องต้น และฟังก์ชันความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของตัวอย่างสุ่ม โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

ให้ Θ มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นเบื้องต้นเป็น $g(\theta)$ ดังนั้น จะได้ว่า ฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมของ $X_1, X_2, \dots, X_n$ และ $g(\theta)$ ได้แก่

$$f((x_1, \dots, x_n | \theta) g(\theta)) = \prod_{i=1}^n f((x_i | \theta) g(\theta))$$

ฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมของ $X_1, X_2, \dots, X_n$ (แบบไม่มีเงื่อนไข) คือ

$$\int_{-\infty}^{\infty} f((x_1, \dots, x_n | \theta) g(\theta)) d\theta$$

ดังนั้น ฟังก์ชันความน่าจะเป็นภายหลังของ Θ คือ

$$h(\theta | \underline{x}) = \frac{f((x_1, \dots, x_n | \theta) g(\theta))}{\int_{-\infty}^{\infty} f((x_1, \dots, x_n | \theta) g(\theta)) d\theta}$$

$$\text{หรือ } h(\theta | \underline{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) g(\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) g(\theta) d\theta}$$

2.2.2 แนวคิดเอ็มพริคัลเบส

แนวคิดเอ็มพริคัลเบสที่ใช้สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์เป็นแนวคิดที่มีความคล้ายคลึงกับเบส แต่เป็นการผสมผสานระหว่างแนวคิดเบสและแนวคิดดั้งเดิม ซึ่งโดยปกติแนวคิดดั้งเดิมจะพิจารณาว่า พารามิเตอร์เป็นค่าคงที่ที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นจะทำการสุ่มตัวอย่างมาช่วยในการประมาณค่า ส่วนแนวคิดเบส จะพิจารณาว่า พารามิเตอร์เป็นตัวแปรสุ่มโดยจะนำความรู้เดิมเกี่ยวกับพารามิเตอร์ (Prior Knowledge) มาช่วยในการหาค่าประมาณของพารามิเตอร์และจะสมมติว่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเบื้องต้นที่เรียกว่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ (Hyperparameter) เป็นค่าที่ไม่ทราบค่า และนำความรู้เกี่ยวกับไฮเปอร์พารามิเตอร์มาช่วยในการประมาณ

ส่วนแนวคิดเอ็มพริคัลเบสเป็นการผสมผสานระหว่างสองแนวคิดข้างต้นจึงมีความแตกต่างจากแนวคิดเบส เนื่องจากแนวคิดเอ็มพริคัลเบสจะพิจารณาถึงค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ว่าเป็นค่าที่ไม่ทราบค่า และดำเนินการประมาณค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์โดยอาศัยวิธีการประมาณค่าด้วยแนวคิดดั้งเดิมนั้นก่อน แล้วจึงนำไปแทนค่าในการแจกแจงภายหลังตามแนวคิดของเบส ซึ่งแนวคิดแบบเอ็มพริคัลเบสจะมีวิธีการในการหาค่าประมาณ ดังนี้

ให้ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น $f(x | \theta); \theta \in \Omega$ โดยที่ θ เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม Θ ด้วยฟังก์ชันความน่าจะเป็น $f(x | \theta)$ โดยถือว่า $f(x | \theta)$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นเงื่อนไข (Conditional Probability function) ของตัวแปรสุ่ม X เมื่อกำหนด $\Theta = \theta$

ให้ตัวแปรสุ่ม Θ มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น $g(\theta)$ ซึ่งเรียกว่า ฟังก์ชันความน่าจะเป็นเบื้องต้น (Prior or Initial Probability function) หรือการแจกแจงเบื้องต้น (Prior Distribution) ของ Θ

ตัวประมาณแบบเอมพิริคัลเบสส์ของการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม X โดยกำหนดฟังก์ชันความน่าจะเป็นเบื้องต้นของพารามิเตอร์ Θ คือ $g(\theta)$ จะคำนวณหาการแจกแจงภายหลังส่วนริม (Posterior marginal distribution) ของ X สามารถคำนวณได้จาก $m(x_i | \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x | \alpha) g(\theta) d\theta$

แล้วจึงนำ $m(x_i | \theta)$ มาหาตัวประมาณของไฮเปอร์พารามิเตอร์ โดยตามแนวคิดของวิธีเอมพิริคัลเบสส์นั้น จะนิยมใช้วิธีดั้งเดิม เช่น วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดหรือวิธีโมเมนต์ ซึ่งโดยส่วนใหญ่จะนิยมใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมาช่วยในการประมาณค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ โดยมีรายละเอียดอยู่ในหัวข้อถัดไป และเมื่อได้ตัวประมาณไฮเปอร์พารามิเตอร์แล้ว จะนำมาแทนค่าเพื่อคำนวณหาการแจกแจงภายหลังตามแนวคิดของเบสส์เป็นลำดับถัดไป

2.2.3 วิธีหาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Method)

วิธีการการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเป็นหนึ่งในวิธีดั้งเดิม (Classical Methods) ที่ใช้กันแพร่หลายมากที่สุด มีแนวคิดมานานตั้งแต่คริสต์ศตวรรษที่ 18 และพัฒนาเรื่อยมาจนเหมาะสม วิธีประมาณค่าวิธีนี้จึงเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมมากที่สุดวิธีหนึ่งที่ใช้ในการหาตัวประมาณ เนื่องจากง่ายต่อการคำนวณและเป็นตัวประมาณที่มีประสิทธิภาพ โดยในการศึกษาครั้งนี้จะใช้วิธีหาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของไฮเปอร์พารามิเตอร์หรือหาค่าประมาณของไฮเปอร์พารามิเตอร์ของการแจกแจงเลขชี้กำลังตามแนวคิดของวิธีเอมพิริคัลเบสส์ ซึ่งจะกำหนดให้ค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นจึงจำเป็นต้องประมาณเสียก่อนโดยวิธีใช้นิยมใช้ในการประมาณไฮเปอร์พารามิเตอร์จะเป็นวิธีประมาณค่าโดยใช้แนวคิดดั้งเดิม (Classical Method) ซึ่งผู้วิจัยได้เลือกใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดในการศึกษา

วิธีการหาตัวประมาณวิธีนี้จะพิจารณาจากฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) ดังต่อไปนี้ (ประชุม สุวดี, 2545)

ให้ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น $f(x | \theta); \theta \in \Omega$ แล้วฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) ของแปรตัวสุ่ม คือ ฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมหรือผลคูณของฟังก์ชันความน่าจะเป็น $L = L(\theta; x_1, \dots, x_n) = L(\theta)$ ของตัวอย่างสุ่มที่เป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ θ นั่นคือ

$$L = L(\theta; x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta)$$

ค่าของพารามิเตอร์ θ ในเทอมของค่าสังเกตของตัวอย่างสุ่ม $X_1, X_2, \dots, X_n$ ที่ทำให้ฟังก์ชัน ภาวณน่าจะเป็นมีค่าสูงสุด เรียกว่า ตัวประมาณแบบภาวณน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator : MLE) ของ θ นั่นคือ $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ เป็น MLE ของ θ ก็ต่อเมื่อ $L(\hat{\theta}) = L(\hat{\theta}(X_1, \dots, X_n))$ มีค่าสูงสุด

วิธีการหาตัวประมาณแบบภาวณน่าจะเป็นสูงสุด เป็นวิธีการหาค่าของพารามิเตอร์ θ ที่ทำให้ $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ มีค่าสูงสุด โดยมีขั้นตอนในการคำนวณดังต่อไปนี้

2.2.3.1 หาฟังก์ชันภาวณน่าจะเป็น $L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta)$ โดยที่ $X_1, X_2, \dots, X_n$ เป็น ตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น $f(x | \theta)$ ที่ทำให้ $L(\hat{\theta}; x_1, \dots, x_n) \geq L(\theta; x_1, \dots, x_n)$

2.2.3.2 หาลอการิทึม (Logarithm) ของ $L(\theta)$ เพื่อปรับให้ $L(\theta)$ มีความต่อเนื่อง เพื่อให้ $L(\theta)$ เป็นฟังก์ชันที่สามารถหาอนุพันธ์ได้ (Differentiable Function) โดยใช้สัญลักษณ์ Logarithm ของ $L(\theta)$ ด้วย $\ln L$

2.2.3.3 เมื่อฟังก์ชันภาวณน่าจะเป็น $L(\theta)$ เป็นฟังก์ชันหาอนุพันธ์ได้เมื่อเทียบกับ θ แล้วจะหาอนุพันธ์ แล้วจะใช้อนุพันธ์หา MLE ของ θ เมื่อเรนจ์ของ $f(x_i | \theta)$ ไม่ขึ้นอยู่กับ θ และ θ อยู่ในช่วงจำนวนจริงช่วงหนึ่ง จะได้ว่า $\hat{\theta}$ คือรากของสมการ $\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = 0$

2.2.3.4 จากเงื่อนไขพอเพียง (Sufficient Conditional) ที่ $\hat{\theta}$ ทำให้ $L(\hat{\theta}) \geq L(\theta)$, $\theta \in \Omega$ หรือ $\hat{\theta}$ เป็นค่าที่ทำให้ $L(\theta)$ มีค่าสูงสุด คือ $\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta^2} < 0$

2.3 การแจกแจงและคุณสมบัติที่สำคัญเกี่ยวกับการแจกแจง

ในการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart จะพิจารณาข้อมูลจำนวนรอยตำหนิตาม ลักษณะของการแจกแจงปัวซอง ซึ่งเป็นการแจกแจงที่สนใจจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในขอบเขตที่กำหนด นอกจากนี้จะมีการแจกแจงต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการแจกแจงปัวซองที่ใช้ในการสร้างแผนภูมิควบคุม จำนวนรอยตำหนิ c chart โดยใช้แนวคิดเบส์ และเอ็มพีริคัลเบส์ โดยมีรายละเอียดเกี่ยวกับลักษณะ ของข้อมูลที่มีการแจกแจงต่าง ๆ (วัชรภรณ์ อ่อนแสง, 2554) ที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

2.3.1 การแจกแจงปัวซอง (Poisson Distribution)

ในการทดลองใด ๆ ที่สนใจจำนวนครั้งของการเกิดเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในขอบเขตที่กำหนด เช่น ในช่วงเวลาใดช่วงเวลาหนึ่ง หรือพื้นที่ใดพื้นที่หนึ่ง เรียกการทดลองนี้ว่า การทดลองปัวซอง (Poisson Experiment) ซึ่งจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นมีลักษณะไม่ต่อเนื่อง แต่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหรือพื้นที่ที่กำหนดที่มีลักษณะต่อเนื่อง (Discrete Event in a Continuous Interval) ตัวอย่างเช่น

- จำนวนประชาชนที่เข้าชมงานกาชาดมะขามหวาน ในจังหวัดเพชรบูรณ์ ปี 2565
- จำนวนโทรศัพท์เบอร์ฉุกเฉินหน่วยกู้ภัยตั้งในช่วงเวลา 19.00 – 24.00 น.
- จำนวนอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นบริเวณแยกท่าพล ตำบลท่าพล อำเภอเมือง จังหวัดเพชรบูรณ์
- จำนวนคำที่พิมพ์ผิดในบทความวิจัยเรื่องหนึ่งของวารสารคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

ถ้าให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม แทน จำนวนครั้งของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาที่กำหนดหรือพื้นที่ที่กำหนด

ค่าที่เป็นไปได้ของ X คือ 0, 1, 2, 3, ...

ตัวแปรสุ่ม X จะถูกเรียกว่า ตัวแปรสุ่มปัวซอง (Poisson Random Variable) มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นดังนี้

$$f(x) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} ; x = 0, 1, 2, \dots$$

โดยที่ $\lambda > 0$, $e \approx 2.71828...$ และ λ เป็นค่าเฉลี่ยของจำนวนเหตุการณ์ที่สนใจที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหรือในขอบเขตที่กำหนด

ตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงปัวซอง โดยมี λ เป็นพารามิเตอร์ จะสามารถเขียนแทนด้วย $X \sim \text{Poi}(\lambda)$ และ $f(x)$ มีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น โดย

$$1. f(x) \geq 0$$

$$2. \sum_x f(x) = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = 1$$

นอกจากนี้หากกล่าวถึงการแจกแจงปัวซองจะมีคุณสมบัติเกี่ยวกับค่าคาดหวัง (Expected Value) และค่าความแปรปรวน (Variance) ซึ่งถือว่าการแจกแจงปัวซองเป็นการแจกแจงที่มีคุณสมบัติพิเศษ เนื่องจากค่าเฉลี่ยหรือค่าคาดหวัง กับความแปรปรวนมีค่าเท่ากันนั้นและ นั่นคือ

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปัวซอง แล้วค่าเฉลี่ย และ ความแปรปรวนของ X คือ

$$\mu = E(X) = \lambda$$

$$\text{และ } \sigma^2 = V(X) = \lambda$$

2.3.2 การแจกแจงเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution)

พิจารณาตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่มีการแจกแจงปัวซอง โดยสนใจจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งหรือพื้นที่ใดพื้นที่หนึ่ง หากสนใจระยะเวลารอคอยระหว่างที่จะเกิดเหตุการณ์ที่สนใจขึ้นเป็นครั้งแรก ซึ่งถือว่าเป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีค่าเป็นบวก

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม แทนระยะเวลาในการรอคอยจนกว่าจะเกิดเหตุการณ์ที่สนใจขึ้นเป็นครั้งแรก จะเรียก X ว่าเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเลขชี้กำลัง โดยมีฟังก์ชันความน่าจะเป็นดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & ; x \geq 0 \\ 0 & ; x < 0 \end{cases}$$

โดยมี $\theta > 0$ เป็นพารามิเตอร์ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $X \sim \text{Exp}(\theta)$ ดังนั้น เวลาที่ใช้ในการรอคอย มีการแจกแจงเลขชี้กำลัง โดยมี $\theta = \frac{1}{\lambda}$ เมื่อ λ เป็นพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซอง และ $f(x)$ มีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น โดย

$$1. f(x) \geq 0$$

$$2. \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_0^{\infty} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} dx = 1$$

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเลขชี้กำลัง แล้วค่าเฉลี่ย และ ความแปรปรวนของ X คือ

$$\mu = E(X) = \theta$$

$$\text{และ } \sigma^2 = V(X) = \theta^2$$

2.3.3 การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)

พิจารณากระบวนการปัวซองที่มีค่าเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่งเท่ากับ λ ซึ่งถ้าสนใจระยะเวลาที่รอคอยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจขึ้นเป็นครั้งที่ α และให้ X แทน ระยะเวลารอคอยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจเป็นครั้งที่ α

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม แทน ระยะเวลารอคอยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจเป็นครั้งที่ α จะได้ว่า ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงแกมมา มีฟังก์ชันการแจกแจงของ X ได้ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\alpha)\theta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-x/\theta} & ; x \geq 0 \\ 0 & ; x < 0 \end{cases}$$

ซึ่งการแจกแจงแกมมามีพารามิเตอร์ 2 ด้วย คือ α และ $\theta = \frac{1}{\lambda}$ ซึ่งมีที่มาจากการแจกแจงปัวซองนั่นเอง และสามารถเขียนแทนสัญลักษณ์การแจกแจงแกมมา ได้ว่า $X \sim \text{Gamma}(\alpha, \theta)$ และ $f(x)$ มีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น ดังนี้

1. $f(x) \geq 0$ สำหรับทุกค่าของ x

$$2. \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_0^{\infty} \frac{1}{\Gamma(\alpha)\theta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-x/\theta} dx = 1$$

ในกรณีที่ $\alpha = 1$ จะได้ว่า $f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta} ; x \geq 0$ ดังนั้น จะได้ว่า การแจกแจงเลขชี้กำลังเป็นกรณีพิเศษ (Special Case) ของการแจกแจงแกมมา โดยที่ฟังก์ชันแกมมา แทนด้วย Γ ถูกกำหนดดังนี้

$$\Gamma(\beta) = \int_0^{\infty} x^{\beta-1} e^{-x} dx \quad ; \beta > 0$$

ซึ่งฟังก์ชันแกมมามีคุณสมบัติดังนี้

$$\Gamma(\beta) = (\beta-1)\Gamma(\beta-1)$$

ถ้า p เป็นจำนวนเต็มบวก ที่ $\beta = n$ โดยการประยุกต์ซ้ำ ๆ กันของ $\Gamma(\beta)$ จะได้ว่า

$$\Gamma(n) = (n-1)(n-2)\cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

เช่น $\Gamma(6) = (6-1)! = 5! = 120$

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมาด้วยพารามิเตอร์ α และ θ แล้วค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของ X คือ

$$\mu = E(X) = \alpha\theta$$

$$\text{และ } \sigma^2 = V(X) = \alpha\theta^2$$

2.3.4 การแจกแจงนิเสธทวินาม (Negative Binomial Distribution)

พิจารณาการแจกแจงเรขาคณิตซึ่งเป็นการแจกแจงที่สนใจการเกิดเหตุการณ์ที่เราสนใจเกิดขึ้นเป็นครั้งแรก ซึ่งกำหนดว่า ความน่าจะเป็นในการเกิดเหตุการณ์ที่สนใจมีค่าเท่ากับ p ซึ่งค่าดังกล่าวนี้มีที่มาจากการทดลองเบอร์นูลลีนั่นเอง ตัวอย่างข้อมูลของการแจกแจงเรขาคณิต เช่น

- การเกิดเหตุการณ์ฝนตกขึ้นในครั้งแรกในฤดูร้อน
- การโดยลูกเต๋าก่อนที่จะออกแต้มคู่เป็นครั้งแรก

จากการทดลองเบอร์นูลลี สมมติว่าทำการทดลองดังกล่าวอย่างต่อเนื่องจนเกิดเหตุการณ์ที่สนใจขึ้นเป็นครั้งที่ 1, 2, 3, จนถึงเป็นครั้งที่ r โดยการทดลองนั้นเป็นอิสระต่อกัน ด้วยความน่าจะเป็น p และความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ที่ไม่สนใจเท่ากับ $1-p$

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม แทนจำนวนครั้งของการทดลองเบอร์นูลลี จนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจเป็นครั้งที่ r ดังนั้น X มีค่าที่เป็นไปได้คือ $r, r+1, r+2, \dots$ โดยที่ r เป็นจำนวนเต็ม และตัวแปรสุ่ม X จะถูกเรียกว่า ตัวแปรสุ่มนิเสธทวินาม (Negative Binomial Random Variable) ในกรณีที่ $r=1$ จะได้ว่า X มีการแจกแจงเรขาคณิต

ในการศึกษาค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่ม X ที่มีค่าเท่ากับ x ($X=x$) หมายความว่า เกิดเหตุการณ์ที่เราสนใจ เป็นครั้งที่ r ในการทดลองครั้งที่ x และในการทดลอง $x-1$ ครั้งก่อนหน้านี้เกิดเหตุการณ์ที่เราสนใจจำนวน $r-1$ ครั้ง และเหตุการณ์ที่เราไม่สนใจจำนวน $x-r$ ครั้ง โดยที่การหาฟังก์ชันความน่าจะเป็น $P[X=x]$ ถูกกำหนดได้ดังนี้

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงนิเสธทวินาม (Negative Binomial Distribution) แล้ว มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นของ X ถูกกำหนดดังนี้

$$f(x) = P(X=x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r} \quad ; x = r, r+1, r+2, \dots$$

ตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงนิเสธทวินาม สามารถเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การแจกแจงปาสคาล (Pascal Distribution) จะสามารถเขียนแทนด้วย $X \sim NB(r, p)$ และ $f(x)$ มีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น โดย

1. $f(x) \geq 0$ สำหรับทุกค่าของ x
2. $\sum_x f(x) = \sum_{x=r}^{\infty} \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r} = 1$

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงนิเสธทวินามด้วยพารามิเตอร์ r และ p แล้วค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของ X คือ

$$\mu = E(X) = \frac{r}{p}$$

และ $\sigma^2 = V(X) = \frac{r(1-p)}{p^2}$

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมที่ใช้สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงปัวซองโดยใช้แนวคิดเอ็มพีริคัลเบส ผู้วิจัยได้แบ่งการศึกษาออกเป็นสองส่วนคือ การพิสูจน์ทฤษฎีเกี่ยวกับการสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart แล้วจึงนำผลที่ได้จากการพิสูจน์ทฤษฎีดังกล่าวมาพัฒนาชุดคำสั่งเพื่อใช้ในการจำลองสถานการณ์ของการการสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้แนวคิดเอ็มพีริคัลเบสโดยเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับอีก 2 วิธี ได้แก่ วิธีดั้งเดิม และวิธีเบส

ดังนั้นในบทนี้ ผู้วิจัยจึงได้นำเสนอวิธีดำเนินการวิจัยในการสร้างและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิที่ผู้วิจัยได้นำเสนอคือใช้แนวคิดเอ็มพีริคัลเบส กับวิธีดั้งเดิมและวิธีเบส โดยมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

3.1 การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้วิธีดั้งเดิม (Frequentist Method)

การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิโดยใช้วิธีดั้งเดิมโดยการคำนวณหาค่า ARL และ FAR ถูกนำเสนอโดย Chakraborti และ Human (2008) โดยมีขั้นตอนในการคำนวณดังนี้

3.1.1 คำนวณหาขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม ซึ่งได้แก่ ขีดจำกัดบน (UCL) และขีดจำกัดล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุมจากสูตรที่ใช้คำนวณคือ

$$c_0 \pm 3\sqrt{c} \quad (3.1)$$

เมื่อ c_0 และ c คือ ค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิที่แท้จริง

3.1.2 จะได้ค่า UCL และ LCL หากค่า UCL และ LCL ที่ได้มีค่าที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม ให้ปัดจุดทศนิยมลงให้เป็นจำนวนเต็ม

3.1.3 คำนวณหาค่า $\beta(c_0, c)$ จาก

$$\begin{aligned} \beta(c_0, c) &= P(X_i \leq UCL | c) - P(X_i \leq LCL | c) \\ &= \sum_{j=0}^b \frac{e^{-c} c^j}{j!} - \sum_{j=0}^a \frac{e^{-c} c^j}{j!} \end{aligned} \quad (3.2)$$

เมื่อ b และ a แทน UCL และ LCL

3.1.4 คำนวณหาค่าอัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด FAR จาก

$$FAR = 1 - \beta(c_0, c) \quad (3.3)$$

3.1.5 คำนวณค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL โดยพิจารณาจากความน่าจะเป็นของการส่งสัญญาณเตือนเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมจะถูกเรียกว่า อัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด (False Alarm Rate: FAR) ซึ่งค่าสังเกตของจุดที่อยู่นอกขีดจำกัดแผนภูมิควบคุมลักษณะดังกล่าวจะถือว่าการแจกแจงเรขาคณิต (Geometric Distribution)

ถ้าให้ $X \sim GEO(\beta)$ จะได้ว่า ค่าเฉลี่ยหรือค่าคาดหวัง (Expected Value) ของการแจกแจงดังกล่าวจะมีค่าเท่ากับ $E(X) = \frac{1}{\beta}$ ดังนั้น จะได้ว่า ARL สามารถคำนวณได้จาก

$$ARL = \frac{1}{FAR} \quad (3.4)$$

เมื่อพิจารณาค่าอัตราการแจ้งเตือนผิดพลาดสำหรับแนวความคิดของแผนภูมิควบคุมชนิดฮาร์ท (Shewhart Control Chart) โดยอาศัยพื้นที่ภายใต้เส้นโค้งการแจกแจงปกติ 3σ แล้วจะได้ว่า ค่า FAR จะมีค่าเท่ากับ 0.0027 ดังนั้น ค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL จึงมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{0.0027} = 370.3704$ นั่นเอง และเนื่องจากค่า ARL เป็นค่าเฉลี่ยของจำนวนจุดที่ตกอยู่ภายในขีดจำกัดควบคุมเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ดังนั้น ARL ที่เป็ค่าที่ต้องการจึงควรมีค่ามาก ๆ ดังนั้นค่า FAR ที่เป็ค่าที่ต้องการจึงควรมีค่าน้อย ๆ เช่นกัน

3.2 การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้วิธีเบส์ (Bayes Method)

การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิโดยใช้วิธีเบส์ที่มีการกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์ (Jeffreys Prior) ถูกนำเสนอโดย Raubenheimer และ Merwe (2015) โดยการคำนวณค่า ARL และ FAR มีขั้นตอนในการคำนวณดังนี้

3.2.1 คำนวณหาฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ (Unconditional Predictive Density) จากสมการที่ (4.14) คือ

$$f(x_f | data) = \int_0^\infty f(x_f | \lambda) \pi_j(\lambda | data) d\lambda \quad (3.5)$$

เมื่อ $f(x_f | \lambda)$ คือฟังก์ชันความน่าจะเป็นของการแจกแจงปัวซอง และ $\pi_j(\lambda | data)$ คือ การแจกแจงภายหลัง (Posterior Distribution) ที่มีการแจกแจงแกมมา $\pi_j(\lambda | data) \sim \text{Gamma}\left(\sum_{i=1}^m X_i + \frac{1}{2}, m\right)$ จากการกำหนดกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์ และจะได้ $f(x_f | \lambda)$ มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นคือ

$$f(x_f | data) = \frac{\Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + X_f + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + \frac{1}{2}\right)\Gamma(X_f + 1)} \left(\frac{m}{m+1}\right)^{\sum_{i=1}^m X_i + 1} \left(\frac{1}{m+1}\right)^{X_f} \quad (3.6)$$

3.2.2 คำนวณหาขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม ซึ่งได้แก่ ขีดจำกัดบน (UCL) และขีดจำกัดล่าง (LCL) ของแผนภูมิจากเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ (Percentile) 99.865 และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 0.135 ตามลำดับ

3.2.3 จะได้ค่า UCL และ LCL หากค่า UCL และ LCL ที่ได้มีค่าที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม ให้ปัดจุดทศนิยมลงให้เป็นจำนวนเต็ม

3.2.4 คำนวณหาค่า $\beta(c_0, c)$ เช่นเดียวกับวิธีดั้งเดิม จาก

$$\begin{aligned} \beta(c_0, c) &= P(X_i \leq UCL | c) - P(X_i \leq LCL | c) \\ &= \sum_{j=0}^b \frac{e^{-c} c^j}{j!} - \sum_{j=0}^a \frac{e^{-c} c^j}{j!} \end{aligned}$$

เมื่อ b และ a แทน UCL และ LCL

3.2.5 คำนวณหาอัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด FAR เช่นเดียวกับวิธีดั้งเดิม จาก

$$FAR = 1 - \beta(c_0, c)$$

3.2.6 คำนวณหาความยาวรันเฉลี่ย ARL โดยพิจารณาจาก อัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด (FAR) จากสมการ (3.4) เช่นเดียวกับวิธีดั้งเดิม

$$ARL = \frac{1}{FAR}$$

3.3 การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้วิธีเอ็มพีริคัลเบส์ (Empirical Bayes Method)

การสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart โดยใช้วิธีเอ็มพีริคัลเบส์เป็นวิธีที่ผู้วิจัยได้นำเสนอ ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้กำหนดให้การแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution) และจะดำเนินการหาค่าประมาณไฮเปอร์พารามิเตอร์ของการแจกแจงเลขชี้กำลังก่อนด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Method) หลังจากนั้นจะนำไปแทนค่าในการหาการแจกแจงภายหลัง โดยได้แนวคิดจาก Supharakonsakun (2021) และการคำนวณหา ARL และ FAR ซึ่งมีขั้นตอนในการคำนวณคล้ายกับวิธีเบส์ ดังนี้

3.3.1 คำนวณหาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของไฮเปอร์พารามิเตอร์ α ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator) โดยสามารถอ่านวิธีพิสูจน์ในรายละเอียดจากสมการที่ (4.6) ถึง (4.8) จะได้ $\hat{\alpha}$ มีค่าดังนี้

$$\hat{\alpha}_{MLE} = \frac{1}{\bar{X}} \quad (3.7)$$

3.3.2 คำนวณหาฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ (Unconditional Predictive Density) จากสมการที่ (4.14) เช่นเดียวกับวิธีเบส์ คือ

$$f(x_f | data) = \int_0^{\infty} f(x_f | \lambda) \pi_j(\lambda | data) d\lambda$$

เมื่อ $f(x_f | \lambda)$ คือฟังก์ชันความน่าจะเป็นของการแจกแจงปัวซอง และ $\pi_j(\lambda | data)$ คือ การแจกแจงภายหลัง (Posterior Distribution) ที่แสดงรายละเอียดในการคำนวณหาในสมการ 4-10) ถึง (4-12) จะได้ว่ามีการแจกแจงแกมมา $\pi_j(\lambda | data) \sim \text{Gamma}\left(\sum_{i=1}^m X_i + 1, m + \hat{\alpha}\right)$ จากการกำหนดกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงเลขชี้กำลัง และจะได้ $f(x_f | \lambda)$ มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นดังสมการ (4.16) คือ

$$f(x_f | data) = \frac{\Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + X_f + 1\right)}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + 1\right) \Gamma(X_f + 1)} \left(\frac{m + \hat{\alpha}}{m + \hat{\alpha} + 1}\right)^{\sum_{i=1}^m X_i + 1} \left(\frac{1}{m + \hat{\alpha} + 1}\right)^{X_f}$$

3.3.3 คำนวณหาขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม เช่นเดียวกับวิธีเบส์ ได้แก่ ขีดจำกัดบน (UCL) และขีดจำกัดล่าง (LCL) ของแผนภูมิจากเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ (Percentile) 99.865 และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 0.135 ตามลำดับ

3.3.4 จะได้ค่า UCL และ LCL หากค่า UCL และ LCL ที่ได้มีค่าที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม ให้ปัดจุดทศนิยมลงให้เป็นจำนวนเต็ม

3.3.5 คำนวณหาค่า $\beta(c_0, c)$ เช่นเดียวกับวิธีดั้งเดิมจาก

$$\begin{aligned} \beta(c_0, c) &= P(X_i \leq UCL | c) - P(X_i \leq LCL | c) \\ &= \sum_{j=0}^b \frac{e^{-c} c^j}{j!} - \sum_{j=0}^a \frac{e^{-c} c^j}{j!} \end{aligned} \quad (3.2)$$

เมื่อ b และ a แทน UCL และ LCL

3.3.6 คำนวณหาค่าอัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด FAR เช่นเดียวกับวิธีดั้งเดิม จาก

$$FAR = 1 - \beta(c_0, c)$$

3.3.7 คำนวณหาค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL โดยพิจารณาจาก อัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด (FAR) จากสมการ (3.4) เช่นเดียวกับวิธีดั้งเดิม

$$ARL = \frac{1}{FAR}$$

โดยการคำนวณประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ c chart จากวิธีดั้งเดิม วิธีเบส์ และวิธี เอ็มพีริคัลเบส์ จะพิจารณาจากค่าที่ใช้วัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม คือค่า ARL โดยวิธีใดให้ค่า ARL สูงที่สุด วิธีนั้นจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดนั่นเอง โดยในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพดังกล่าวจะพัฒนาชุดคำสั่งเพื่อจำลองสถานการณ์โดยการกำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ ซึ่งโปรแกรมที่ใช้ในการจำลองสถานการณ์คือโปรแกรม R เวอร์ชัน 4.1.2 ผ่านเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) จำนวน 20,000 รอบในแต่ละสถานการณ์

บทที่ 4

ผลการศึกษา

ในการศึกษาครั้งนี้ ผลของการศึกษาได้แบ่งการนำเสนอออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ การพิสูจน์ทฤษฎี และผลการจำลองสถานการณ์ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

4.1 การพิสูจน์ทฤษฎี

ในการศึกษาครั้งนี้ เราศึกษาในกรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปัวซอง โดยพิจารณาจากข้อมูลของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ที่มีการนับจำนวนหรือรอยตำหนิบนสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ ดังนั้นสมมติให้ X เป็นจำนวนรอยตำหนิที่พบในผลิตภัณฑ์หนึ่งชิ้น จะได้ว่า

$$X \sim Poi(\lambda); x = 0, 1, 2, 3, \dots; \lambda > 0 \quad (4.1)$$

สามารถเขียนฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X ได้ดังนี้

$$f(x_i | \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x_i}}{x_i!}, x_i = 0, 1, 2, \dots; \lambda > 0 \quad (4.2)$$

ในการศึกษาโดยใช้แนวคิดแบบ Bayesian เราจะพิจารณาให้พารามิเตอร์ λ เป็นตัวแปรสุ่ม ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้จะกำหนดให้มีการแจกแจงแบบ Exponential โดยมีพารามิเตอร์คือ α นั่นคือ $\pi(\lambda) \sim Exp(\alpha)$ โดย หยาตพิรุณ ศุภรากรสกุล และ เกตุจันทร์ จำปาไชยศรี (2553) แนะนำตัวประมาณแบบเอ็มพีริคัลเบสส์ของการแจกแจงปัวซอง โดยกำหนดฟังก์ชันความน่าจะเป็นเบื้องต้นของพารามิเตอร์ λ ดังนี้

$$\pi(\lambda) = \alpha e^{-\alpha\lambda}; \alpha, \lambda > 0 \quad (4.3)$$

การแจกแจงภายหลังส่วนริม (Posterior marginal distribution) ของ X สามารถคำนวณได้จาก

$$m(x_i | \lambda) = \int_0^\infty f(x | \alpha) \pi(\lambda) d\lambda \quad (4.4)$$

จะได้ว่า

$$m(x_i | \alpha) = \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x_i}}{x_i!} \alpha e^{-\alpha\lambda} d\lambda$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\alpha}{x_i!} \frac{\Gamma(x_i+1)}{(\alpha+1)^{x_i+1}} \int_0^\infty \frac{(\lambda+1)^{x_i+1}}{\Gamma(x_i+1)} \theta^{(x_i+1)-1} e^{-(\alpha+1)\theta} d\lambda \\
&= \frac{\alpha}{x_i!} \frac{\Gamma(x_i+1)}{(\alpha+1)^{x_i+1}} \\
m(x_i | \alpha) &= \frac{\alpha}{(\alpha+1)^{x_i+1}} ; x_i = 0, 1, 2, \dots
\end{aligned} \tag{4.5}$$

ซึ่งจากสมการข้างต้น จะเห็นได้ว่าการแจกแจงส่วนริมาภายหลังของ X มีการแจกแจงแบบเรขาคณิต โดยสามารถเขียนแทนด้วย $X | \lambda \sim GEO\left(\frac{\lambda}{\lambda+1}\right)$ และสามารถเขียนฟังก์ชันความน่าจะเป็นได้ดังนี้

$$m(x_i | \alpha) = \left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right) \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha+1}\right)^{x_i-1} ; x_i = 1, 2, 3, \dots \tag{4.6}$$

และโดยวิธีการการหาตัวประมาณของไฮเปอร์พารามิเตอร์ตามแนวคิดของวิธีเอ็มพีริคัลเบส์นั้น จะนิยมใช้วิธีดั้งเดิม เช่น วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุดหรือวิธีโมเมนต์ ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้จะอาศัยวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุดมาช่วยในการประมาณค่าไฮเปอร์พารามิเตอร์ α โดยพิจารณาจากฟังก์ชันภาวน่าจะเป็นของการแจกแจงส่วนริมาภายหลัง ดังนี้

$$L(\underline{X} | \alpha) = \prod_{i=1}^m \frac{\alpha}{(\alpha+1)^{x_i+1}} = \frac{\alpha^m}{(\alpha+1)^{\sum_{i=1}^m x_i + m}} \tag{4.7}$$

จะได้ว่า logarithm ของฟังก์ชันภาวน่าจะเป็นที่ใช้ในการหาตัวประมาณภาวน่าจะเป็นสูงสุดสามารถคำนวณหาได้จำ

$$\frac{\partial \ln L(\underline{X} | \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{m}{\alpha} - \frac{\sum_{i=1}^m x_i + m}{\alpha+1} = 0 \tag{4.8}$$

จะได้ว่า ตัวประมาณภาวน่าจะเป็นสูงสุดของไฮเปอร์พารามิเตอร์ α จะมีค่า

$$\hat{\alpha}_{MLE} = \frac{m}{\sum_{i=1}^m x_i} = \frac{1}{\bar{x}} \tag{4.9}$$

ในขั้นตอนถัดไป เราจะดำเนินการหาการแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution) ตามแนวคิดของวิธีเอ็มพีริคัลเบส์ของพารามิเตอร์ λ โดยพิจารณาจากผลคูณของฟังก์ชันภาวน่าจะเป็นและฟังก์ชันการแจกแจงเบื้องต้น ดังนี้

$$f(\underline{x} | \lambda) \pi(\lambda) = \frac{\alpha e^{-(m+\hat{\alpha})\lambda} \cdot \lambda^{\sum_{i=1}^m x_i}}{\prod_{i=1}^m x_i!} \quad (4.10)$$

จากสมการข้างต้น สามารถนำมาหาปริพันธ์ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} f(\underline{x} | \lambda) \pi(\lambda) d\lambda &= \int_0^{\infty} \frac{\hat{\alpha} e^{-(m+\hat{\alpha})\lambda} \cdot \lambda^{\sum_{i=1}^m x_i}}{\prod_{i=1}^m x_i!} d\lambda \\ &= \frac{\hat{\alpha} \Gamma\left(\sum_{i=1}^m x_i + 1\right)}{\prod_{i=1}^m x_i! (m + \hat{\alpha})^{\sum_{i=1}^m x_i + 1}} \int_0^{\infty} \frac{(m + \hat{\alpha})^{\sum_{i=1}^m x_i + 1}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^m x_i + 1\right)} e^{-(m+\lambda)\lambda} \cdot \lambda^{\left(\sum_{i=1}^m x_i + 1\right) - 1} d\lambda \end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$\int_0^{\infty} f(\underline{x} | \lambda) \pi(\lambda) d\lambda = \frac{\hat{\alpha} \Gamma\left(\sum_{i=1}^m x_i + 1\right)}{\prod_{i=1}^m x_i! (m + \hat{\alpha})^{\sum_{i=1}^m x_i + 1}} \quad (4.11)$$

ดังนั้น การหาการแจกแจงภายหลัง จึงสามารถคำนวณหาได้จาก

$$\pi_j(\lambda | data) = \frac{\frac{\alpha e^{-(m+\hat{\alpha})\lambda} \cdot \lambda^{\sum_{i=1}^m x_i}}{\prod_{i=1}^m x_i!}}{\frac{\hat{\alpha} \Gamma\left(\sum_{i=1}^m x_i + 1\right)}{\prod_{i=1}^m x_i! (m + \hat{\alpha})^{\sum_{i=1}^m x_i + 1}}} = \frac{(m + \hat{\alpha})^{\sum_{i=1}^m x_i + 1} e^{-(m+\hat{\alpha})\lambda} \cdot \lambda^{\sum_{i=1}^m x_i}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^m x_i + 1\right)} \quad (4.12)$$

จะได้ว่า การแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution) ของพารามิเตอร์ λ คือ การแจกแจงแกมมา ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูป $Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + 1, m + \hat{\alpha}\right)$ ซึ่งสามารถจัดรูปใหม่ได้ ดังนี้

$$\pi_j(\lambda | data) = \frac{(m + \hat{\alpha})^{\sum_{i=1}^m x_i + 1}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + 1\right)} e^{-(m+\hat{\alpha})\lambda} \lambda^{\sum_{i=1}^m x_i} \quad (4.13)$$

ในการคำนวณหา Unconditional predictive density สามารถคำนวณหาได้จาก

$$f(x_f | data) = \int_0^{\infty} f(x_f | \lambda) \pi_j(\lambda | data) d\lambda \quad (4.14)$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} f(x_f | data) &= \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{X_f}}{X_f!} \frac{(m + \hat{\alpha})^{\sum_{i=1}^m X_i + 1}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + 1\right)} e^{-(m + \hat{\alpha})\lambda} \lambda^{\sum_{i=1}^m X_i} d\lambda \\ &= \frac{(m + \hat{\alpha})^{\sum_{i=1}^m X_i + 1}}{X_f! \Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + 1\right)} \int_0^{\infty} e^{-(m + \hat{\alpha} + 1)\lambda} \lambda^{\sum_{i=1}^m X_i + X_f} d\lambda \\ &= \frac{(m + \hat{\alpha})^{\sum_{i=1}^m X_i + 1} \Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + X_f + 1\right)}{X_f! \Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + 1\right) (m + \hat{\alpha} + 1)^{\sum_{i=1}^m X_i + X_f + 1}} \\ &= \int_0^{\infty} \frac{e^{-(m + \hat{\alpha} + 1)\lambda}}{\left(\frac{1}{m + \hat{\alpha} + 1}\right)^{\sum_{i=1}^m X_i + X_f + 1} \Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + X_f + 1\right)} \lambda^{\sum_{i=1}^m X_i + X_f} d\lambda \\ f(x_f | data) &= \frac{(m + \hat{\alpha})^{\sum_{i=1}^m X_i + 1} \Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + X_f + 1\right)}{X_f! \Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + 1\right) (m + \hat{\alpha} + 1)^{\sum_{i=1}^m X_i + X_f + 1}} \quad (4.15) \end{aligned}$$

จากฟังก์ชัน $f(x_f | data)$ ข้างต้น สามารถจัดรูปใหม่ ดังนั้น จะได้ว่า ฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ (Predictive Disity) คือ

$$f(x_f | data) = \frac{\Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + X_f + 1\right)}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^m X_i + 1\right) \Gamma(X_f + 1)} \left(\frac{m + \hat{\alpha}}{m + \hat{\alpha} + 1}\right)^{\sum_{i=1}^m X_i + 1} \left(\frac{1}{m + \hat{\alpha} + 1}\right)^{X_f} \quad (4.16)$$

จะได้ว่า predictive density ที่ได้มีการแจกแจงนิเสธทวินาม ที่มีค่าพารามิเตอร์ คือ

$\sum_{i=1}^m X_i + 1$ และ $\frac{m + \hat{\alpha}}{m + \hat{\alpha} + 1}$ ตามลำดับ หรือสามารถเขียนได้โดยใช้สัญลักษณ์ ดังนี้

$$X_f \sim NB\left(\sum_{i=1}^m X_i + 1, \frac{m + \hat{\alpha}}{m + \hat{\alpha} + 1}\right) \quad (4.17)$$

เมื่อ $\hat{\alpha}$ แทนค่าประมาณที่ได้จากวิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุดของไฮเปอร์พารามิเตอร์ α จะมีค่า

$$\hat{\alpha}_{MLE} = \frac{1}{\bar{X}} \quad \text{ดังสมการ (4.9)}$$

โดยในการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart จะนำฟังก์ชันการแจกแจงพอยการณไปใช้ในการสร้าง ขอบเขตควบคุมบน (UCL) และขอบเขตควบคุมล่าง (LCL) โดยการใช้โปรแกรมจำลองสถานการณ์สร้างชุดกำเนิดข้อมูลให้มีการแจกตามฟังก์ชันการแจกแจงดังกล่าว และกำหนดค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงดังกล่าวให้มีค่าเป็นไปตามค่าที่กำหนดหรือสนใจ

4.2 การจำลองสถานการณ์

ในการศึกษาครั้งนี้ได้จำลองสถานการณ์จากการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c-chart โดยใช้แนวความคิดเอ็มพีริคัลเบส และนำเสนอค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) และค่า Unconditional false alarm rate (FAR) โดยนำไปเปรียบเทียบกับวิธีดั้งเดิมและวิธีเบสที่กำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์ (Jeffreys Prior) โดยกำหนดค่าพารามิเตอร์ ดังนี้

ค่าจำนวนหน่วยตัวอย่าง m กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 50, 100, 200, 300, 500 และ 1,000

ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซอง λ แทนค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิ กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 20, 50, 100, 200 และ 500

และกำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

F แทน วิธีดั้งเดิม (Frequentist)

B แทน วิธีดั้งเบส (Bayes) ที่มีการกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์

EB แทน วิธีดั้งเอ็มพีริคัลเบส (Empirical Bayes)

จากตารางที่ 4-1 แสดงค่า ARL เมื่อ m เท่ากับ 5 และ 10 พบว่า ส่วนใหญ่วิธีเอ็มพีริคัลเบสให้ค่า ARL สูงที่สุดและมีค่าใกล้เคียงกับวิธีเบส เมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 0.5 – 20 ในขณะที่วิธีดั้งเดิมให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 20 – 500 สำหรับ m เท่ากับ 5 และ λ มีค่าเท่ากับ 50 – 500 เมื่อ m เท่ากับ 10

ตารางที่ 4-1 ค่า ARL สำหรับ m เท่ากับ 5 และ 10

m	λ	ARL		
		F	B	EB
5	0.5	1.532033	239.8718	285.5679
	1	2.505471	390.1490	446.2944
	2	6.520824	382.0073	434.5234
	3	16.03539	375.3245	406.3387
	4	37.57704	330.7261	354.4935
	5	78.75936	529.2821	575.8671
	8	458.6918	516.4204	533.8198
	10	401.4252	417.9345	433.2633
	20	302.6581	297.6218	302.4551
	50	259.2420	250.5081	252.2128
	100	247.8621	237.6466	238.6331
	200	243.2243	233.1375	234.4265
	500	239.1008	227.9546	227.9469
10	0.5	1.569385	532.7006	699.5461
	1	2.591048	494.6930	585.7310
	2	6.832488	524.1313	592.2901
	3	17.32998	585.0642	677.3154
	4	40.96302	603.4996	657.7703
	5	87.52876	627.0759	673.7864
	8	384.4477	437.2757	450.8124
	10	380.6665	398.8128	408.4395
	20	330.0274	329.1072	332.8415
	50	295.6993	292.3858	294.9609
	100	286.5428	282.6189	283.5216
	200	281.4286	277.8222	277.9488
	500	279.7345	274.8612	274.4482

ตารางที่ 4-2 ค่า ARL สำหรับ m เท่ากับ 15 และ 20

m	λ	ARL		
		F	B	EB
15	0.5	1.592790	284.0154	331.5817
	1	2.617930	307.5641	348.4566
	2	6.878999	337.1398	364.5703
	3	17.49461	374.4199	402.7626
	4	41.42508	395.1514	415.4596
	5	88.21901	430.7837	456.7137
	8	335.9036	390.6309	401.4712
	10	356.7346	374.0411	382.4521
	20	332.8684	336.0645	339.7792
	50	313.5974	312.2668	313.3939
	100	304.9031	303.0208	303.3592
	200	301.8316	300.0083	299.6339
	500	299.2654	296.4498	296.1987
20	0.5	1.594131	215.3568	248.6291
	1	2.629066	244.5810	271.1429
	2	6.934500	282.7833	303.5701
	3	17.65495	310.1032	325.7176
	4	41.90257	340.1615	353.5534
	5	87.74192	362.7669	373.9148
	8	320.9937	364.0593	372.4952
	10	353.9799	358.9889	364.3971
	20	339.4197	338.5861	342.7594
	50	321.2562	321.2719	321.7978
	100	316.1218	314.9388	315.3414
	200	312.5876	311.2179	311.9271
	500	312.5483	310.4762	310.7361

จากตารางที่ 4-2 แสดงค่า ARL เมื่อ m เท่ากับ 15 และ 20 พบว่า ส่วนใหญ่วิธีเอ็มพีริคัลเบสให้ค่า ARL สูงที่สุดและมีค่าใกล้เคียงกับวิธีเบส เมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 0.5 – 20 ในขณะที่วิธีดั้งเดิมให้ค่า

ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 50 – 500 สำหรับ m เท่ากับ 15 และ λ มีค่าเท่ากับ 100 – 500 เมื่อ m เท่ากับ 20

ตารางที่ 4-3 ค่า ARL สำหรับ m เท่ากับ 25 และ 30

m	λ	ARL		
		F	B	EB
25	0.5	1.604439	182.8156	205.2226
	1	2.633012	207.7760	226.1676
	2	6.936855	248.9953	261.5178
	3	17.67450	282.5781	295.2751
	4	42.05639	304.9525	316.1537
	5	87.92790	328.7917	337.5888
	8	301.1361	347.1290	353.2373
	10	343.7007	346.3458	353.4382
	20	335.8115	337.6627	340.5096
	50	326.7159	326.3768	327.5788
	100	322.4163	321.8759	322.6851
	200	321.1571	320.3670	320.8698
	500	321.0104	319.6447	319.9582
30	0.5	1.604549	168.9638	186.3363
	1	2.636118	195.9738	206.7350
	2	6.962826	235.7788	244.0868
	3	17.78219	265.9121	274.4471
	4	42.11785	287.8613	295.2286
	5	88.05977	313.2890	321.8447
	8	292.0269	337.7926	343.1725
	10	335.3968	343.8953	349.1491
	20	334.4064	338.2879	340.8275
	50	331.2562	330.8318	332.1492
	100	328.9201	328.6067	328.8234
	200	327.0535	326.4241	326.8270
	500	326.5289	325.3981	325.4862

จากตารางที่ 4-3 แสดงค่า ARL เมื่อ m เท่ากับ 25 และ 30 พบว่า ส่วนใหญ่วิธีเอ็มพีริคัลเบส์ ให้ค่า ARL สูงที่สุดและมีค่าใกล้เคียงกับวิธีเบส์ เมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 0.5 – 200 ในขณะที่วิธีดั้งเดิมให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 200 และ 500

ตารางที่ 4-4 ค่า ARL สำหรับ m เท่ากับ 50 และ 100

m	λ	ARL		
		F	B	EB
50	0.5	1.610062	131.0367	141.7428
	1	2.639386	171.6484	179.3483
	2	6.984795	204.4737	209.0558
	3	17.87875	234.3424	239.7321
	4	42.48441	255.8466	260.4610
	5	88.89950	275.5868	279.5640
	8	276.4949	315.6435	318.6758
	10	324.5696	329.2338	331.8969
	20	334.1218	335.0768	336.8010
	50	339.1414	339.0611	340.0329
	100	339.8732	340.0385	340.3670
	200	340.2349	339.9336	340.3274
	500	341.1376	340.8160	341.0909
100	0.5	1.611364	92.51942	95.58791
	1	2.640211	166.6004	171.3758
	2	7.032996	193.2549	195.0473
	3	17.99617	220.1470	222.2531
	4	42.61084	241.2260	243.3665
	5	88.16082	250.6995	253.6773
	8	261.4438	293.1473	294.7518
	10	306.6315	308.1239	309.6917
	20	334.4091	334.8368	335.9134
	50	344.4896	344.5717	344.8694
	100	349.6765	349.9044	350.0332
	200	351.8055	351.6667	351.8905
	500	353.3783	353.2456	353.2836

จากตารางที่ 4-4 แสดงค่า ARL และ FAR เมื่อ m เท่ากับ 50 และ 100 พบว่า วิธีเอ็มพีรี คัลเบสส์ให้ค่า ARL สูงที่สุดและมีค่าใกล้เคียงกับวิธีเบส เมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 0.5 – 200 วิธีดั้งเดิมให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 500

ตารางที่ 4-5 ค่า ARL สำหรับ m เท่ากับ 200 และ 300

m	λ	ARL		
		F	B	EB
200	0.5	1.610743	73.7098	74.23918
	1	2.639150	165.1887	168.1885
	2	7.083087	202.2949	203.1009
	3	18.18147	230.0600	231.1569
	4	42.59648	238.9066	240.6025
	5	86.14622	226.3016	227.7587
	8	252.3062	278.1781	279.0822
	10	295.3527	295.6516	296.1197
	20	333.1600	334.1092	334.2473
	50	348.9055	349.2764	349.2370
	100	354.7546	354.5487	354.7473
	200	358.1029	358.0406	357.9460
	500	360.6202	360.6778	360.6813
300	0.5	1.610571	70.48164	70.65713
	1	2.639294	164.902	167.1849
	2	7.108237	208.8793	209.3759
	3	18.29836	236.9317	237.9248
	4	42.62155	239.2733	240.9577
	5	84.92235	211.9649	212.8218
	8	247.7789	271.7861	271.8514
	10	289.5351	289.8847	289.9847
	20	333.4115	334.0025	334.3320
	50	350.9956	350.9951	351.2420
	100	356.2610	356.2842	356.3414
	200	360.3703	360.4418	360.5970
	500	362.9208	362.9141	362.9684

จากตารางที่ 4-5 แสดงค่า ARL และ FAR เมื่อ m เท่ากับ 200 และ 300 พบว่า วิธีเอ็มพิริ คัลเบสส์ให้ค่า ARL สูงที่สุดและมีค่าใกล้เคียงกับวิธีเบสส์สำหรับทุกค่าพารามิเตอร์ λ ยกเว้นกรณีที่ m เท่ากับ 200 วิธีดั้งเดิมให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 200

ตารางที่ 4-6 ค่า ARL สำหรับ m เท่ากับ 500 และ 1,000

m	λ	ARL		
		F	B	EB
500	0.5	1.610518	69.50392	69.50392
	1	2.638883	164.4388	166.5232
	2	7.131990	215.7355	215.9838
	3	18.44159	247.1586	247.4628
	4	42.56669	238.3222	239.5368
	5	83.36732	196.6712	196.7648
	8	246.8977	269.4191	269.5213
	10	286.5460	286.6881	286.6776
	20	334.6057	334.6467	334.8192
	50	356.2076	356.5060	356.4250
	100	356.5278	356.4466	356.5784
	200	362.0501	362.1194	362.1589
	500	364.9274	365.0283	364.9987
1000	0.5	1.610518	69.50392	69.50392
	1	2.638510	163.7771	164.9571
	2	7.147108	219.8604	219.9245
	3	18.59463	258.2266	258.4413
	4	42.58797	238.7118	239.1702
	5	82.24300	185.5346	185.6438
	8	246.6954	268.9561	268.9561
	10	285.7416	285.7343	285.7343
	20	337.8656	337.9585	337.9004
	50	367.2326	367.3521	367.3886
	100	356.6253	356.6366	356.6626
	200	363.8695	363.8984	363.8394
	500	366.5694	366.5618	366.5171

จากตารางที่ 4-6 แสดงค่า ARL และ FAR เมื่อ m เท่ากับ 50 และ 100 พบว่า วิธีเอ็มพิริคัลเบสส์ให้ค่า ARL สูงที่สุดและมีค่าใกล้เคียงกับวิธีเบสส์สำหรับทุกค่าพารามิเตอร์ λ ส่วนวิธีดั้งเดิมมีแนวโน้มให้ค่า ARL เพิ่มขึ้นจนมีค่าใกล้เคียงกับอีกสองวิธีเมื่อ λ มีค่าเท่ากับ 8

นอกจากนี้ยังพบว่า วิธีเบสส์ให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ m เท่ากับ 500 โดยที่ λ มีค่าเท่ากับ 500 และ m เท่ากับ 1,000 โดยที่ λ มีค่าเท่ากับ 500 ในขณะที่วิธีดั้งเดิมให้ค่า ARL สูงที่สุดเมื่อ m เท่ากับ 1,000 และ λ มีค่าเท่ากับ 500

จากตารางที่ 4-1 ถึง 4-6 เป็นการนำเสนอค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิที่ได้จากวิธีดั้งเดิม วิธีเบสส์ และวิธีเอ็มพิริคัลเบสส์ ซึ่งค่าดังกล่าวจะสามารถคำนวณได้จากค่า FAR ของแต่ละวิธี ดังนั้น ผู้วิจัยจึงขอเสนอค่า FAR ของแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิที่ได้จากทั้งสามวิธี โดยพิจารณาจากขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม (Control Chart Limits) ที่ได้จากฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ และนำมาพิจารณาค่าขนาดของบริเวณการปฏิเสธ (Rejection Region) ที่ถูกนิยามโดย

$$\alpha = \sum_{R^*(\alpha)} f(x_f | data) \quad (4.18)$$

ถ้าค่าสถิติควบคุม (Control Statistic) ตกอยู่ในขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม เราจะเรียกว่า กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (In Control Process) แต่ถ้าสถิติควบคุมอยู่นอกขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม เราจะเรียกว่า กระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม (Out-of-Control Process) ซึ่งเมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุมเกิดขึ้นแล้ว จะมีการส่งสัญญาณเตือนของกระบวนการดังกล่าว ความเป็นไปของการส่งสัญญาณเตือนเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมจะถูกเรียกว่า อัตราการแจ้งเตือนผิดพลาด (False Alarm Rate: FAR) ซึ่งค่านี้จะนำไปสู่การคำนวณค่า ARL ซึ่งเป็นค่าที่วัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมนั่นเอง ดังนั้นจากตารางที่ 4-1 ถึง 4-6 เป็นค่า ARL ที่ผู้วิจัยได้นำเสนอไปแล้วนั้น เป็นค่าที่คำนวณได้จาก

$$ARL = \frac{1}{P(\text{sampling point plots out of control})} = \frac{1}{FAR} \quad (4.19)$$

ดังนั้นผู้วิจัยที่นำเสนอผลการคำนวณค่า FAR ที่ได้จากการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิจากทั้ง 3 วิธี ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

จากตารางที่ 4-7 ถึง 4-12 แสดงค่า FAR ที่ได้จากวิธีดั้งเดิม วิธีเบสส์ และวิธีเอ็มพิริคัลเบสส์ เมื่อกำหนดจำนวนหน่วยตัวอย่าง m เท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 50, 100, 200, 300, 500, 1,000 และค่าพารามิเตอร์ λ เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 20, 50, 100, 200 และ 500 พบว่า ค่า FAR วิธีเบสส์ และวิธีเอ็มพิริคัลเบสส์ให้ค่าใกล้เคียงกัน และแตกต่างจากวิธีดั้งเดิม

ตารางที่ 4-7 ค่า FAR สำหรับ m เท่ากับ 5 และ 10

m	λ	FAR		
		F	B	EB
5	0.5	0.652727300	0.004168894	0.003501794
	1	0.399126600	0.002563124	0.002240673
	2	0.153354800	0.002617751	0.002301372
	3	0.062362060	0.002664361	0.002461001
	4	0.026611990	0.003023650	0.002820926
	5	0.012696900	0.001889352	0.001736512
	8	0.002180113	0.001936407	0.001873291
	10	0.002491124	0.002392719	0.002308065
	20	0.003304058	0.003359969	0.003306276
	50	0.003857399	0.003991886	0.003964906
	100	0.004034502	0.004207929	0.004190533
	200	0.004111432	0.004289314	0.004265730
	500	0.004182336	0.004386838	0.004386986
10	0.5	0.637192400	0.001877227	0.001429498
	1	0.385944200	0.002021456	0.001707268
	2	0.146359600	0.001907919	0.001688362
	3	0.057703460	0.001709214	0.001476417
	4	0.024412260	0.001657002	0.001520288
	5	0.011424820	0.001594703	0.001484150
	8	0.002601134	0.002286887	0.002218218
	10	0.002626972	0.002507442	0.002448343
	20	0.003030051	0.003038524	0.003004433
	50	0.003381813	0.003420138	0.003390279
	100	0.00348988	0.003538334	0.003527068
	200	0.003553299	0.003599425	0.003597785
	500	0.003574818	0.003638200	0.003643675

ตารางที่ 4-8 ค่า FAR สำหรับ m เท่ากับ 15 และ 20

m	λ	FAR		
		F	B	EB
15	0.5	0.627829200	0.003520936	0.003015848
	1	0.381981200	0.003251354	0.002869798
	2	0.145370000	0.002966128	0.002742955
	3	0.057160450	0.002670798	0.002482852
	4	0.024139960	0.002530676	0.002406973
	5	0.011335430	0.002321350	0.002189556
	8	0.002977045	0.002559961	0.002490839
	10	0.002803205	0.002673503	0.002614706
	20	0.003004190	0.002975619	0.002943088
	50	0.003188802	0.003202389	0.003190873
	100	0.003279730	0.003300103	0.003296422
	200	0.003313106	0.003333241	0.003337407
	500	0.003341515	0.003373253	0.003376113
20	0.5	0.627301000	0.004643456	0.004022055
	1	0.380363200	0.004088625	0.003688092
	2	0.144206500	0.003536276	0.003294132
	3	0.056641340	0.003224733	0.003070144
	4	0.023864880	0.002939780	0.002828427
	5	0.011397060	0.002756591	0.002674406
	8	0.003115326	0.002746805	0.002684599
	10	0.002825019	0.002785601	0.002744259
	20	0.002946205	0.002953458	0.002917499
	50	0.003112781	0.003112629	0.003107541
	100	0.003163337	0.003175220	0.003171166
	200	0.003199103	0.003213183	0.003205877
	500	0.003199505	0.003220859	0.003218165

ตารางที่ 4-9 ค่า FAR สำหรับ m เท่ากับ 25 และ 30

m	λ	FAR		
		F	B	EB
25	0.5	0.623270700	0.005469992	0.004872757
	1	0.379793200	0.004812875	0.004421500
	2	0.144157500	0.004016141	0.003823832
	3	0.056578670	0.003538845	0.003386672
	4	0.023777600	0.003279199	0.003163019
	5	0.011372950	0.00304144	0.002962184
	8	0.003320757	0.002880774	0.002830958
	10	0.002909508	0.002887288	0.002829349
	20	0.002977861	0.002961535	0.002936774
	50	0.003060763	0.003063943	0.003052701
	100	0.00310158	0.003106787	0.003098997
	200	0.003113741	0.003121420	0.003116529
	500	0.003115164	0.003128474	0.003125409
30	0.5	0.623228200	0.005918427	0.005366641
	1	0.379345700	0.005102722	0.004837109
	2	0.143619800	0.004241263	0.004096903
	3	0.056236040	0.003760642	0.00364369
	4	0.023742900	0.003473895	0.003387205
	5	0.011355920	0.003191941	0.003107089
	8	0.003424342	0.002960397	0.002913986
	10	0.002981543	0.002907861	0.002864106
	20	0.002990373	0.002956062	0.002934036
	50	0.003018811	0.003022684	0.003010696
	100	0.003040252	0.003043152	0.003041146
	200	0.003057604	0.003063500	0.003059723
	500	0.003062516	0.003073158	0.003072327

ตารางที่ 4-10 ค่า FAR สำหรับ m เท่ากับ 50 และ 100

m	λ	FAR		
		F	B	EB
50	0.5	0.621094000	0.007631447	0.007055033
	1	0.378876000	0.005825864	0.005575743
	2	0.143168100	0.004890605	0.004783412
	3	0.055932310	0.004267261	0.004171323
	4	0.023538040	0.003908592	0.003839346
	5	0.011248660	0.003628621	0.003576999
	8	0.003616703	0.003168131	0.003137985
	10	0.003081003	0.003037355	0.003012984
	20	0.002992921	0.002984390	0.002969112
	50	0.002948622	0.002949321	0.002940892
	100	0.002942274	0.002940844	0.002938005
	200	0.002939146	0.002941751	0.002938347
	500	0.002931369	0.002934135	0.002931770
100	0.5	0.620592400	0.010808540	0.010461570
	1	0.378757600	0.006002387	0.005835131
	2	0.142186900	0.005174513	0.005126962
	3	0.055567380	0.004542419	0.004499374
	4	0.023468210	0.004145491	0.004109029
	5	0.011342910	0.003988838	0.003942015
	8	0.003824914	0.003411254	0.003392686
	10	0.003261244	0.003245448	0.003229017
	20	0.002990349	0.002986529	0.002976958
	50	0.002902846	0.002902154	0.002899648
	100	0.002859786	0.002857924	0.002856872
	200	0.002842480	0.002843601	0.002841793
	500	0.002829829	0.002830891	0.002830587

ตารางที่ 4-11 ค่า FAR สำหรับ m เท่ากับ 200 และ 300

m	λ	FAR		
		F	B	EB
200	0.5	0.620831600	0.013566720	0.013469980
	1	0.378909900	0.006053681	0.005945710
	2	0.141181400	0.004943278	0.004923660
	3	0.055001050	0.004346692	0.004326065
	4	0.023476120	0.004185736	0.004156233
	5	0.011608170	0.004418881	0.004390612
	8	0.003963438	0.003594819	0.003583174
	10	0.003385783	0.003382360	0.003377013
	20	0.003001561	0.002993034	0.002991797
	50	0.002866106	0.002863062	0.002863385
	100	0.002818850	0.002820487	0.002818908
	200	0.002792493	0.002792980	0.002793717
	500	0.002773000	0.002772557	0.002772530
300	0.5	0.620897900	0.014188090	0.014152850
	1	0.378889300	0.006064208	0.005981401
	2	0.140681900	0.004787455	0.004776100
	3	0.054649710	0.004220626	0.004203008
	4	0.023462310	0.004179321	0.004150105
	5	0.011775460	0.004717763	0.004698767
	8	0.004035857	0.003679364	0.003678480
	10	0.003453813	0.003449648	0.003448457
	20	0.002999296	0.002993989	0.002991038
	50	0.002849038	0.002849043	0.002847040
	100	0.002806931	0.002806748	0.002806298
	200	0.002774923	0.002774373	0.002773179
	500	0.002755422	0.002755473	0.002755061

ตารางที่ 4-12 ค่า FAR สำหรับ m เท่ากับ 500 และ 1,000

m	λ	FAR		
		F	B	EB
500	0.5	0.620918300	0.014387680	0.014387680
	1	0.378948200	0.006081290	0.006005169
	2	0.140213300	0.004635306	0.004629977
	3	0.054225250	0.004045985	0.004041011
	4	0.023492550	0.004196000	0.004174723
	5	0.011995110	0.005084628	0.005082210
	8	0.004050261	0.003711689	0.003710282
	10	0.003489841	0.003488111	0.003488239
	20	0.002988593	0.002988226	0.002986687
	50	0.002807351	0.002805002	0.002805640
	100	0.002804831	0.002805469	0.002804432
	200	0.002762049	0.002761520	0.002761219
	500	0.002740271	0.002739513	0.002739736
1000	0.5	0.620918300	0.014387680	0.014387680
	1	0.379001800	0.006105860	0.006062181
	2	0.139916700	0.004548340	0.004547015
	3	0.053778980	0.003872568	0.003869350
	4	0.023480810	0.004189152	0.004181123
	5	0.012159090	0.005389829	0.005386659
	8	0.004053581	0.003718079	0.003718079
	10	0.003499665	0.003499755	0.003499755
	20	0.002959757	0.002958943	0.002959452
	50	0.002723070	0.002722184	0.002721913
	100	0.002804063	0.002803974	0.002803770
	200	0.002748238	0.002748020	0.002748465
	500	0.002727996	0.002728053	0.002728386

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart โดยใช้แนวความคิดเอ็มพิริคัลเบสส์ รวมถึงศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิจากวิธีที่ผู้วิจัยได้นำเสนอโดยมีการนำไปเปรียบเทียบกับวิธีอื่น ได้แก่ วิธีดั้งเดิม และวิธีเบสส์ ซึ่งสิ่งที่ใช้วัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมคือค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) แผนภูมิควบคุมใดหรือวิธีใดที่ให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยสูงที่สุดคือวิธีที่มีประสิทธิภาพที่สุด

ในบทนี้ผู้วิจัยได้นำเสนอข้อสรุปที่ได้จากการศึกษาการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิจากวิธีที่ผู้วิจัยได้นำเสนอ รวมถึงผลการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับวิธีอื่น ๆ การอภิปรายผล และข้อเสนอแนะงานวิจัยเพื่อให้สามารถต่อยอดทำวิจัยในอนาคตต่อไป โดยการศึกษา มีการกำหนดจำนวนหน่วยตัวอย่าง m กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 50, 100, 200, 300, 500 และ 1,000 และ ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซอง λ แทนค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิ ให้มีค่าเท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 20, 50, 100, 200 และ 500 เพื่อสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart ด้วยวิธีเอ็มพิริคัลเบสส์และเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart ที่ดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์ ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

จากการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart โดยการคำนวณหาค่า FAR และ ARL และนำ ARL ที่ได้จากแต่ละวิธีมาเปรียบเทียบพบว่า วิธีดั้งเดิมให้ค่า ARL น้อยเมื่อเมื่อพารามิเตอร์ λ มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 แต่เมื่อพารามิเตอร์ λ มีขนาดใหญ่ขึ้น วิธีที่ใช้ในการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart ทั้งสามวิธีให้ค่าที่ใกล้เคียงกันมากขึ้น โดยส่วนใหญ่วิธีเอ็มพิริเบสส์ให้ค่าสูงที่สุดเกือบทุกกรณี นอกจากนี้ยังพบว่าวิธีเบสส์ให้ค่า ARL ที่ใกล้เคียงกับวิธีเอ็มพิริคัลเบสส์

เมื่อพิจารณาค่า ARL ในกรณีที่ m มีขนาดเล็ก ($m=5, 10, 15, 20, 25$ และ 30) พบว่า วิธีดั้งเดิมให้ค่า ARL น้อย และมีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้นเมื่อ เมื่อพารามิเตอร์ λ มีค่ามากขึ้น ค่า ARL ที่ได้จากวิธีดั้งเดิมมีค่ามากขึ้นจนใกล้เคียงกับอีกสองวิธี ในขณะเดียวกัน วิธีเบสส์และวิธีเอ็มพิริคัลเบสส์ให้ค่าใกล้เคียงกันและมีค่าสูงขึ้นเรื่อย ๆ จนถึง λ เท่ากับ 8 โดยทั้งสามวิธีให้ค่า ARL ใกล้เคียงกัน และเมื่อพารามิเตอร์ λ มีค่ามากกว่า 8 พบว่า ค่า ARL ที่ได้จากทั้งสามวิธีค่อย ๆ มีแนวโน้มลดลงเล็กน้อย

เมื่อ m มีขนาดใหญ่ขึ้น ($m \geq 50$) วิธีสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิตั้งสามวิธีมีแนวโน้มให้ค่า ARL สูงขึ้นเป็นฟังก์ชันเพิ่ม โดยวิธีดั้งเดิมให้ค่า ARL น้อยเมื่อพารามิเตอร์ λ มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 แต่เมื่อพารามิเตอร์ λ มีขนาดใหญ่ขึ้น ค่า ARL ที่ได้จากวิธีดั้งเดิมมีค่ามากขึ้นจนใกล้เคียงกับอีกสองวิธี นอกจากนี้ยังพบว่า เมื่อพารามิเตอร์ λ มีขนาดใหญ่มาก ๆ วิธีดั้งเดิมให้ค่าสูงสุดเป็นบางกรณี และสลับกันทั้งสามวิธี

5.2 อภิปรายผล

ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart ภายใต้สถานการณ์ที่กำหนด พบว่า วิธีดั้งเดิมมีประสิทธิภาพน้อยเมื่อพารามิเตอร์จำนวนรอยตำหนิมีค่าน้อย ในขณะที่วิธีเบส์และเอ็มพีริคัลเบส์มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกันและสูงกว่าวิธีดั้งเดิมเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งอาจเกิดจากการคำนวณหาขีดจำกัดควบคุมซึ่งวิธีดั้งเดิมกับวิธีเบส์และเอ็มพีริคัลเบส์มีความแตกต่างกันอย่างสิ้นเชิงในการกำหนดขีดจำกัดควบคุม และหากพิจารณาความกว้างของขีดจำกัดควบคุม อาจพบว่าความกว้างระหว่างขีดจำกัดควบคุมบนและขีดจำกัดควบคุมล่างมีความแคบกว่า ทำให้ผลต่างของความน่าจะเป็นสะสมระหว่างขีดจำกัดควบคุมมีค่าน้อย ส่งผลทำให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยน้อยกว่าอีกสองวิธีคือวิธีเบส์และเอ็มพีริคัลเบส์ซึ่งมีวิธีการคำนวณจากการหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ของฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ที่ได้จากการกำเนิดชุดข้อมูลเป็นไปตามฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ ซึ่งถ้าค่าขีดจำกัดควบคุมที่ให้มีมีความแตกต่างมาก จะทำผลการคำนวณค่าความยาวรันเฉลี่ยจากวิธีเบส์และเอ็มพีริคัลเบส์มีค่าที่สูงกว่า สอดคล้องกับงานวิจัยของ Raubenheimer และ Merwe (2015) ซึ่งผลการศึกษาพบว่า ส่วนใหญ่วิธีเบส์มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีดั้งเดิม เนื่องจากให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยสูงและค่าอัตราความผิดพลาดการแจ้งเตือนน้อย ซึ่งเป็นค่าที่เป็นที่ต้องการในการวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบประสิทธิภาพการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart ด้วยวิธีเบส์และเอ็มพีริคัลเบส์ พบว่า สองวิธีนี้มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากมีค่าความยาวรันเฉลี่ยใกล้เคียงกัน แต่ส่วนใหญ่พบว่า วิธีเอ็มพีริคัลเบส์มีประสิทธิภาพมากที่สุดเกือบทุกกรณีภายใต้สถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งเกิดจากการใช้การแจกแจงภายหลังในการหาฟังก์ชันการแจกแจงพยากรณ์ซึ่งวิธีเบส์ใช้การแจกแจงเบื้องต้นเป็นเจฟฟรีย์ ในขณะที่วิธีเอ็มพีริคัลเบส์ใช้การแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงเลขชี้กำลังซึ่งเป็นกรณีพิเศษของการแจกแจงแกมมาที่ถือว่าเป็นการแจกแจงเบื้องต้นแบบคอนจูเกตที่ให้สารสนเทศที่เป็นประโยชน์สำหรับการแจกแจงปัวซองที่มากที่สุดการแจกแจงหนึ่ง และได้รับความนิยมในการนำไปใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงปัวซองโดยวิธีเบส์

5.3 ข้อเสนอแนะ

5.3.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

ผลการศึกษการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart และเปรียบเทียบประสิทธิภาพการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart ด้วยวิธีดั้งเดิม เบสส์ และเอ็มพิริคัลเบสส์ พบว่า ส่วนใหญ่วิธีเอ็มพิริเบสส์มีประสิทธิภาพสูงที่สุด เนื่องจากให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยมากที่สุด และจะมีบางกรณีซึ่งมีจำนวนน้อยที่วิธีดั้งเดิมหรือวิธีเบสส์มีประสิทธิภาพสูงที่สุด แต่เมื่อพิจารณาค่าความยาวรันเฉลี่ยในกรณีเหล่านั้นจะพบว่า วิธีเอ็มพิริเบสส์ให้ค่าที่ใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นควรเลือกวิธีเอ็มพิริคัลเบสส์มาใช้ในการสร้างแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart เนื่องจากให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยสูงสุดเกือบทุกสถานการณ์ที่ศึกษาไม่ว่าจำนวนหน่วยตัวอย่างหรือค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิจะมากหรือน้อยก็ตาม แตกต่างจากวิธีดั้งเดิมและวิธีเบสส์ที่ให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยสูงที่สุดเป็นบางกรณีและมีจำนวนไม่มาก

5.3.2 ด้านการศึกษาวิจัย

จากผลการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการภายใต้การกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงเลขชี้กำลังและประมาณค่าไฮเปอร์พารามเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ซึ่งเป็นแนวทางในการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ c chart โดยกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นที่ให้สารสนเทศมากกว่า เช่น การแจกแจงเบื้องต้นเป็นการแจกแจงแกมมา หรือกำหนดการแจกแจงเบื้องต้นที่ไม่ใช่คอนจูเกต เป็นต้น

นอกจากนี้ยังเป็นแนวทางให้นักวิจัยหรือผู้สนใจนำวิธีเอ็มพิริคัลเบสส์ไปใช้ในการสร้างและหาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมอื่น เช่น แผนภูมิควบคุมสัดส่วนผลิตภัณฑ์เสีย แผนภูมิควบคุมจำนวนผลิตภัณฑ์เสีย แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและพิสัย เป็นต้น หรือใช้ในกระบวนการการควบคุมคุณภาพเชิงสถิติด้านอื่น เช่น แผนการชักสิ่งตัวอย่างเพื่อการตรวจสอบ แผนการชักสิ่งตัวอย่างเพื่อการยอมรับ เป็นต้น

บรรณานุกรม

- ธิดาเดี่ยว มยุรีสุวรรณ. **การควบคุมคุณภาพในโรงงานอุตสาหกรรม**. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ : ศูนย์ผลิตตำราเรียน มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2558.
- ประชุม สุวดี. **ทฤษฎีการอนุมานเชิงสถิติ**. ฉบับปรับปรุงแก้ไข ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โครงการส่งเสริมเอกสารวิชาการ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์, 2545.
- วัชรภรณ์ อ่อนแสง. **ทฤษฎีสถิติ**. พิษณุโลก : มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2554.
- หยาดพิรุณ ศุภรากรสกุล และเกตุจันทร์ จำปาไชยศรี. “การเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงประมาณช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ด้วยวิธีเอ็มพีริคัลเบสส์ กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบปัวซอง”. **การประชุมวิชาการสถิติและสถิติประยุกต์ ครั้งที่ 11**. เชียงใหม่: ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2553.
- Chakraborti, S and Human S.W. “ Properties and Performance of the C-chart for Attributes Data.” **Journal of Applied Statistics**. 35(2008) : 89-100.
- Raubenheimer, L. And Abrie J van der Merwe. “ Bayesian Control Chart for Nonconformities. ” **Quality and Reliability Engineering International**. 31(2015) : 1359-1366.
- Supharakonsakun, Y. “ Bayesian Approaches for Poisson Distribution Parameter Estimation.” **Emerging Science Journal**. 5(October 2021) : 755-774.

ประวัติผู้วิจัย

1. ชื่อ-นามสกุล นางสาวหยาดพิรุณ ศุภรากรสกุล
Miss Yadpirun Supharakonsakun
2. ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์
3. ตำแหน่งทางวิชาการ -
4. หน่วยงานและสถานที่ติดต่อได้สะดวก
สาขาวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการข้อมูล คณะวิทยาศาสตร์และ
เทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ อ.เมือง จ.เพชรบูรณ์
76000 โทรศัพท์ 056-717100 ต่อ 8228
E-mail : yadpirun.suph@pcru.ac.th
5. ประวัติการศึกษา
ปรด. (สถิติประยุกต์)
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
วท.ม. (สถิติประยุกต์)
มหาวิทยาลัยนเรศวร
วท.บ. (คณิตศาสตร์)
มหาวิทยาลัยนเรศวร
6. สาขาวิชาการที่มีความชำนาญพิเศษ
การประมาณค่า
แนวคิดเบส์
การควบคุมภาพเชิงสถิติ
7. ประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการบริหารงานวิจัย
หัวหน้าโครงการวิจัย เรื่อง การสร้างแผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะด้วย
วิธีเอ็มพีริคัลเบส์
หัวหน้าโครงการวิจัย เรื่อง พฤติกรรมการใช้เครือข่ายสังคมออนไลน์และ
ผลกระทบต่อนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในจังหวัดเพชรบูรณ์
หัวหน้าโครงการวิจัย เรื่อง ปัจจัยที่มีผลต่อต้นทุนการผลิต ผลผลิต และ
ผลตอบแทน จากการปลูกมันสำปะหลังของเกษตรกรในเขตจังหวัด
เพชรบูรณ์